

олимпиада по математике 9-й класс,

2024 год

Вариант №1

№1 (15 баллов). Решите неравенство: $\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x^2+x-1} \geq 2x^2 - 2x - 3$.

№2 (15 баллов) В треугольнике MNK на стороне MN взята точка P так, что $MP:PN = 2:3$, а на стороне NK отмечена точка Q так, что $NQ:QK = 4:5$. Прямые KP, MQ пересекаются в точке O . Найти площадь треугольника KOQ , если известно, что площадь треугольника MOP равна 48.

№3 (15 баллов). Туристической группе из четырёх человек (Риты, Виктора, Ангелины Павловны и Валерия Сергеевича) нужно преодолеть сложную переправу. По технике безопасности на переправе нужно обязательно находиться в каске. Но на всю группу имеются только две каски. Если переправу переходят два человека, то они двигаются со скоростью того, кто идёт медленнее. Известно, что Виктор преодолевает переправу за 3 минуты, Рита – за 5 минут, Валерий Сергеевич за - 10 минут, а Ангелина Павловна – за 15 минут. За какое наименьшее время данная туристическая группа может преодолеть переправу при данных условиях. Алгоритм перехода опишите. Ответ обоснуйте.

№4 (15 баллов). При каких значениях параметра a уравнение $(x+2) \cdot (x+4) \cdot (x+9) \cdot (x+18) = a \cdot x^2$ имеет ровно два различных решения.

№5: (20 баллов). Последовательность величин углов при вершинах A, B, C в остроугольном треугольнике ABC образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть D, E – точки пересечения его высот и биссектрис, соответственно. Величины углов при вершинах в треугольнике BDE образует в некотором порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите градусную величину угла A в треугольнике ABC .

№6: (20 баллов). На конкурсе проектов участвовало 10 команд. Жюри, в состав которого входили председатель и еще 7 человек, оценивали эти проекты и присуждали им места с 1 по 10 по своему усмотрению каждый по следующему принципу. Сначала проекту присуждал место председатель, а затем каждый из членов жюри мог присудить такое место этому проекту в своем списке, которое отличается от мест других членов и председателя не более, чем на три. Победителем признается проект, у которого наименьшая сумма мест, поставленная каждым из восьми членов жюри, включая председателя. Если наименьшая сумма мест у двух или более участников, то победитель определяется особым порядком. Известно, что победитель набрал наибольшую из возможных сумм, а особый порядок присуждения первого места не понадобился. Какая сумма мест была у победителя?

олимпиада по математике 9-й класс, 2024 год

Вариант №2

№1 (15 баллов). Решите неравенство: $\sqrt{18x - 1} - \sqrt{4x^2 + 11x - 3} \geq 4x^2 - 7x - 2$.

№2 (15 баллов). В треугольнике MNK на стороне MN взята точка P так, что $MP:PN = 2:3$, а на стороне NK отмечена точка Q так, что $NQ:QK = 5:4$. Прямые KP, MQ пересекаются в точке O . Найти площадь треугольника KOQ , если известно, что площадь треугольника MOP равна 12.

№3 (15 баллов). Группе путешественников, состоящей из Наташи, Юрия, Игоря Константиновича и Татьяны Олеговны, необходимо преодолеть сложный горный участок повышенной опасности. По технике безопасности на этом участке пути нужно обязательно находиться в каске. Но на всю группу имеются только две каски. Если этот участок пути переходят два человека, то они идут со скоростью того, кто идёт медленнее. Известно, что Юрий преодолевает участок за 4 минуты, Наташа – за 8 минут, Игорь Константинович – за 18 минут и Татьяна Олеговна – за 24 минуты. За какое наименьшее время данная группа путешественников может преодолеть горный участок при данных условиях. Алгоритм перехода опишите. Ответ обоснуйте.

№4: (15 баллов). При каких значениях параметра a уравнение $(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+8) \cdot (x+16) = a \cdot x^2$ имеет ровно два различных решения.

№5: (20 баллов). Последовательность величин углов при вершинах A, B, C в остроугольном треугольнике ABC образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть D, E – точки пересечения его высот и биссектрис, соответственно. Последовательность величин углов при вершинах B, D, E в остроугольном треугольнике BDE образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите градусную величину угла C в треугольнике ABC .

№6: (20 баллов). На конкурсе проектов участвовало 12 команд. Жюри, в состав которого входили председатель и еще M человек, оценивали эти проекты и присуждали им места с 1 по 12 по своему усмотрению, но каждый по следующему принципу. Сначала проекту присуждал место председатель, а затем каждый из членов жюри мог присудить такое место этому проекту в своем списке, которое отличается от мест других членов и председателя не более чем на три. Победителем признается проект, у которого наименьшая сумма мест, поставленная каждым из членов жюри, включая председателя. Если наименьшая сумма мест у двух или более участников, то победитель определяется особым порядком. Известно, что победитель набрал наибольшую из возможных сумм – 23, а особый порядок присуждения первого места не понадобился. Чему равно M ?