



Профиль олимпиады: «Математика»

Класс участия: 9

Вариант задания: 1

№1. (15 баллов) Решить неравенство: $11 - \frac{12}{\sqrt{x^2 - 4x + 13}} \leq \frac{7}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$.

№2. (15 баллов) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC высоты AH_1 и BH_2 пересекаются в точке H . Окружность ω , описанная около треугольника ABH , пересекает сторону BC в точке N . Известно, что $BN = 12$, $CN = 4$. Найти радиус окружности ω .

№3. (15 баллов) Населённые пункты A , B , C и D находятся на берегу реки, причём A и D – вниз по течению реки, а B – вверх по течению реки относительно пункта C . Пункты A и B находятся на одинаковом расстоянии 10 км по реке от пункта C , а расстояние между пунктами C и D по реке равно 105 км. Первый корабль отправляется из B в сторону C , а через 6 минут после этого второй корабль отправляется из B в C и одновременно с ним 3-й отправляется из A в C . В пункт C все 3 корабля приплывают одновременно, после чего одновременно все три корабля отправляются в пункт D . 3-й корабль, доплыв до пункта D , сразу разворачивается и отправляется назад. На обратном пути 3-й корабль встречает второй в 15 км от пункта D , а первый – в 25 км от D . Найдите скорость течения реки и собственные скорости всех трёх кораблей.

№4. (15 баллов) При каких значениях параметра a уравнение $(x + \sqrt{x^2}) \cdot (x - 3) + 2|x + 2| - a = 1$ имеет ровно три различных корня?

№5. (20 баллов) Последовательность величин сторон в остроугольном треугольнике образует арифметическую прогрессию. Пусть M, I – точки пересечения его медиан и биссектрис, соответственно. Найдите косинус его большего угла, если длина отрезка MI в 10 раз меньше одной из сторон данного треугольника.

№6. (20 баллов) Иллюминатор представляет собой однокамерный стеклопакет (два однородных одинаковых стекла). Определите, какой процент света пропускает одно стекло, если известно, что внутрь корабля стеклопакет пропускает треть попадающего на него света, а остальное отражается (без потерь).



Профиль олимпиады: «Математика»

Класс участия: 9

Вариант задания: 2

№1. (15 баллов) Решить неравенство: $13 - \frac{15}{\sqrt{x^2 + 4x + 29}} \leq \frac{10}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$.

№2. (15 баллов) В равнобедренном треугольнике MNK с основанием MK высоты MM_1 и NN_1 пересекаются в точке O . Окружность ω , описанная около треугольника MNO , пересекает сторону NK в точке L . Известно, что $NL = 9$, $KL = 3$. Найти радиус окружности ω .

№3. (15 баллов) Населённые пункты A , B , C и D находятся на берегу реки, причём B и D – вниз по течению реки, а A – вверх по течению реки относительно пункта C . Пункты A и B находятся на одинаковом расстоянии 8 км по реке от пункта C , а расстояние между пунктами C и D по реке равно 126 км. Первый корабль отправляется из A в сторону C , а через 4 минуты после этого второй корабль отправляется из A в C и одновременно с ним 3-й отправляется из B в C . В пункт C все 3 корабля приплывают одновременно, после чего одновременно все три корабля отправляются в пункт D . 3-й корабль, доплыв до пункта D , сразу разворачивается и отправляется назад. На обратном пути 3-й корабль встречает второй в 18 км от пункта D , а первый – в 30 км от D . Найдите скорость течения реки и собственные скорости всех трёх кораблей.

№4. (15 баллов) При каких значениях параметра b уравнение $(\sqrt{x^2} - x) \cdot (x + 4) - 4|x - 3| - b = -8$ имеет ровно три различных корня?

№5. (20 баллов) Последовательность величин сторон в остроугольном треугольнике образует арифметическую прогрессию. Пусть M, I – точки пересечения его медиан и биссектрис, соответственно. Найдите косинус его большего угла, если длина отрезка MI в 11 раз меньше одной из сторон данного треугольника.

№6. (20 баллов) Иллюминатор представляет собой однокамерный стеклопакет (два однородных одинаковых стекла). Определите, какой процент света пропускает одно стекло, если известно, что внутрь корабля стеклопакет пропускает четверть попадающего на него света, а остальное отражается (без потерь).