Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Математика»

Класс участия: 8

Вариант задания: 1

Задача 1.

Решить уравнение. В ответ укажите сумму корней:

$$\frac{a^2+2a+1}{a^2+2a+2}-\frac{7}{6}=\frac{-a^2-2a-2}{a^2+2a+3}$$

Ответ: -2

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Дядя Фёдор может проехать расстояние от Простоквашино до города и обратно на велосипеде с постоянной скоростью. Почтальон Печкин прошел путь от Простоквашино до города со скоростью, в 3 раза меньшей скорости дяди Федора, но обратно он вернулся на маршрутном такси, скорость которого в 4 раза больше скорости дяди Федора на велосипеде. Сколько времени затратил на путь туда и обратно дядя Федор на велосипеде, если один из них был в пути на 1,5 часа дольше другого? Ответ дайте в часах.

Ответ: 2,4

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 3.

Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной 36, и углом A, равным 30 градусов. Биссектриса BM и медиана CL этого треугольника пересекаются в точке K. Вычислите расстояние от точки K до катета AC.

Ответ: 4,5

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

В классе проходят выборы старосты. На должность претендует три кандидата - Алексей, Сергей и Даша. Всего в классе 20 человек, сами кандидаты не могут голосовать. Вероятность получения каждого голоса для всех кандидатов одинакова. Найдите вероятность, что Сергею удастся набрать 8 голосов. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0,06

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 5.

В равнобедренной трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол A равен 58 градусов. Точка K является серединой стороны AB. На стороне CD отмечена точка H так, что отрезок KH является перпендикуляром к стороне CD и угол CHB равен углу AHK. Сколько градусов составляет величина угла AHD?

Ответ: 77

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Гарри Поттер и Рон Уизли варили зелье красоты. Они смешали 300 граммов шерсти единорога, 400 граммов лепестков роз и некоторое количество граммов утренней росы. Рон решил попробовать зелье на себе и выпил 240 граммов получившейся смеси. Он тут же похорошел, но для большего эффекта ребята решили добавить еще 240 граммов шерсти единорога. После этого ее концентрация в смеси достигла 40%. Сколько утренней росы (в граммах) взяли Гарри и Рон для смеси?

Ответ: 500

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 7.

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение имеет 1 решение.

$$|x-a|-|3-x|=|x-2|-\frac{|x-2|}{x-2}$$

В ответе укажите сумму целых значений параметра a.

Ответ: 10

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D, а на стороне BC отмечена точка E таким образом, что AD=DE и луч DB является биссектрисой угла ADE. Отрезки BD и AE пересекаются в точке P. Известно, что площадь треугольника ABP в шесть раза меньше площади треугольника AEC. Найдите отношение площади четырёхугольника DPEC к площади треугольника ABP. В ответ запишите число, равное отношению указанных площадей. Если в ответе получается бесконечная дробь, округлите её до десятых по правилам округления.

Ответ: 5,4

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

Задача 9.

Найдите все натуральные решения уравнения

$21a^2 + 12ab = 2025 + 9b^2$.

Если такая пара (a;b) единственная, то в ответе укажите сумму a+b. Если таких пар (a;b) несколько, то в ответе укажите сумму всех найденных значений a,b. Если решений нет, укажите 0.

Ответ: 195

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Математика»

Класс участия: 8

Вариант задания: 2

Задача 1.

Найти значение выражения

$$\frac{x^4+x}{x+1}:\left(x+\frac{1}{x+1}-\frac{x^2-x-1}{x^2-1}\right)$$

при $x=\sqrt{2024}$

Ответ: 202.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Дядя Фёдор может пройти расстояние от города до Простоквашино на 6 часов быстрее, чем почтальон Печкин. Если они выйдут одновременно навстречу друг другу из города и Простоквашино, то встретятся через 4 часа. За сколько часов каждый из них может пройти расстояние от города до Простоквашино? В ответе укажите число, равное 75% от произведения полученных значений времени.

Ответ: 54.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 3.

Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной 28, и углом A, равным 30 градусов. Биссектриса BM и медиана CL этого треугольника пересекаются в точке K . Вычислите расстояние от точки K до катета AC.

Ответ: 3,5

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Паша и Саша выбирают два числа в промежутке от 1 до 48 (могут выбрать и равные). Какова вероятность, что сумма выбранных ими чисел кратна 5? Если ответ не выражается конечной десятичной дробью, то результат округлите до сотых.

Ответ: 0,2.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 5.

В равнобедренной трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол A равен 56 градусов. Точка K является серединой стороны AB. На стороне CD отмечена точка H так, что отрезок KH является перпендикуляром к стороне CD и угол CHB равен углу AHK. Сколько градусов составляет величина угла AHD?

Ответ: 79.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Для приготовления уменьшающего зелья Гарри Поттер смешал корни маргариток, волосатых гусениц и настойку полыни в отношении 4:5:1 соответственно. Гарри решил попробовать зелье на своей сове Букле и дал ей 200 граммов получившейся смеси. Букля уменьшилась, но для большего эффекта он решил добавить еще 100 граммов маргариток и 100 граммов настойки полыни, тогда концентрация маргариток превысила концентрацию полыни на 24%. Найдите первоначальное количество маргариток (в граммах), которое Гарри взял для смеси.

Ответ: 400.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 7.

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение имеет 1 решение.

$$|x-a|-|2-x|=|x+1|+\frac{|x+1|}{x+1}$$

В ответе укажите сумму целых значений параметра a.

Ответ: 3.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D, а на стороне BC отмечена точка E таким образом, что AD=DE и луч DB является биссектрисой угла ADE. Отрезки BD и AE пересекаются в точке P. Известно, что площадь треугольника ABP в четыре раза меньше площади треугольника AEC. Найдите отношение площади четырёхугольника DPEC к площади треугольника ABP. В ответ запишите число, равное отношению указанных площадей. Если в ответе получается бесконечная дробь, округлите её до десятых по правилам округления.

Ответ: 3,5.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

Задача 9.

Для всех натуральных значений x, y решите уравнение $ax^2 = 12 + 8xy$, где a – остаток от деления числа $2 \cdot 49^{2025} + 5 \cdot 3^{2024}$ на 8. Если такая пара (x;y) единственная, то в ответе укажите сумму x+y. Если таких пар (x;y) несколько, то в ответе укажите сумму всех найденных значений x,y. Если решений нет, укажите 0.

Ответ: 14.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14