

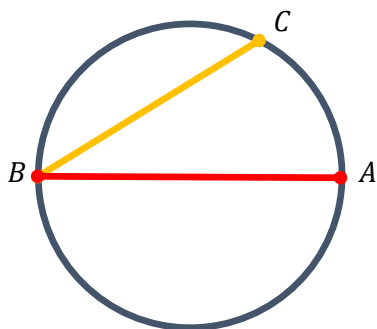


Профиль: Физика («Профессор Жуковский»)

Предмет: Физика

Класс: 9

Решения



1. Водитель находится в точке A шоссе кольца вокруг города (КАД). Ему надо попасть в противоположную точку диаметра КАД. Но так как диаметр закрыт на ремонт навигатор предложил ехать по кольцу (в любую сторону). Также в точке C можно свернуть на хорду, длина которой составляет $2/3$ диаметра, однако время в пути, при этом окажется тем же. Во сколько раз средняя скорость движения по кольцу выше средней скорости движения по хорде? Движение по кольцу можно считать равномерным.

Решение

Поскольку AB — диаметр, $\angle BCA = 90^\circ$. Тогда время в пути по кольцу и с заездом на диаметр:

$$t = \frac{\pi R}{v_1} = \frac{2\varphi R}{v_1} + \frac{4}{3} \frac{R}{v_2},$$

где $\cos \varphi = 2/3$.

Отсюда искомое отношение скоростей

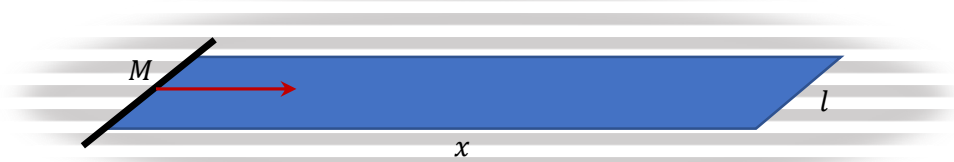
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3\pi}{4} \cdot \left(1 - \frac{2 \arccos \frac{2}{3}}{180^\circ} \right) \cong 1,09.$$

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3\pi}{4} \cdot \left(1 - \frac{\arccos \frac{2}{3}}{180^\circ} \right) \cong 1,09$.

Критерии оценивания задачи 1 (10 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Показано, что $\angle BCA = 90^\circ$	2
2	Показано, что $\angle OCA = 2\angle BCA$	2
3	Получено соотношение для времени движения по кольцу	2
4	Получено соотношение для времени движения по кольцу со съездом на хорду	2
5	Получен верный ответ	2

2. Длинный тонкий рулон раскатан в лист и лежит на ровном горизонтальном полу. Длина рулона x , ширина l , толщина h , плотность ρ . К концу рулона приклеили трубку массы M . К трубке приложили резкое усилие, в результате чего она покатила. В итоге весь рулон плотно намотался на трубку и в этот момент движение прекратилось. Чему равна начальная кинетическая энергия трубки? Внешний диаметр трубки ничтожен по сравнению с диаметром намотавшегося на нее рулона, а сам рулон нерастяжим, но изгибается без усилия.



Решение.

Закон сохранения механической энергии

$$K = (M + mg)R.$$

Будем считать, что объем коврика не меняется в процессе скручивания. Тогда

$$\pi R^2 l = xhl \Rightarrow R = \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$$

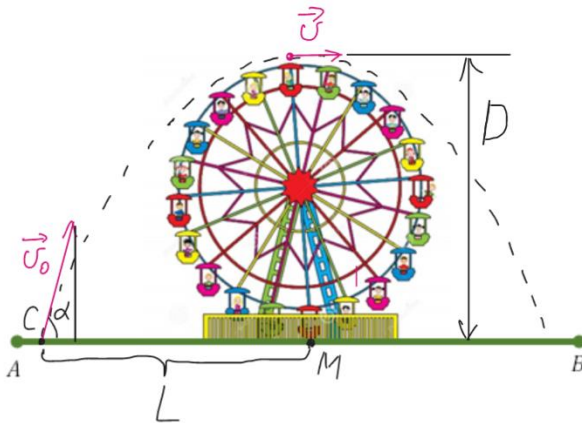
Масса коврика

$$m = \rho xhl.$$

Подставляя в закон сохранения энергии, находим

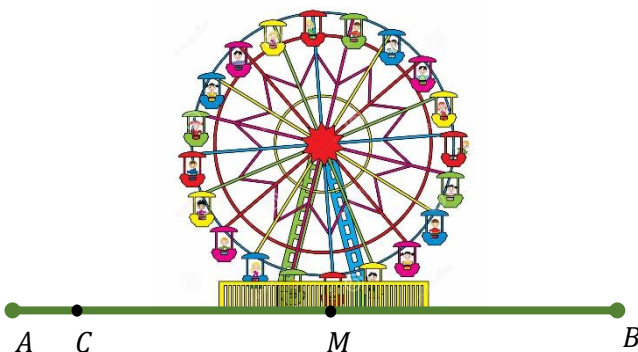
$$K = g(M + \rho xhl) \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$$

Ответ: $K = g(M + \rho xhl) \sqrt{\frac{xh}{\pi}}.$



Критерии оценивания задачи 2 (10 баллов)

Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)		Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)
1	Применен закон сохранения механической энергии	4
2	Найден радиус рулона	2
3	Найдена масса коврика	2
4	Получен верный ответ	2



3. Диаметр колеса обозрения 16 м. Из какой точки C на прямой AB нужно бросить мячик, чтобы он сдул пылинку с крыши кабинки в верхней точке колеса, обладая наименьшей необходимой для этого начальной скоростью? В качестве ответа найдите длину отрезка CM .

Дано: $D = 16$ м. | L —?

Решение

Закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgD.$$

Начальная скорость мячика будет минимальной, если радиус его траектории в высшей точке равен радиусу колеса. Ускорение мячика, при этом равно g . То есть

$$g = \frac{2v^2}{D} \Rightarrow v^2 = \frac{gD}{2}.$$

Подставляя в закон сохранения энергии, находим

$$v_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gD}.$$

Горизонтальная дальность полета (необходимо вывести):

$$2L = 2 \frac{v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha.$$

В свою очередь

$$\cos \alpha = \frac{v_0}{v} = \frac{\sqrt{\frac{gD}{2}}}{\sqrt{\frac{5}{2}gD}} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Подставив эти значения в формулу дальности, окончательно находим
 $L = D = 16$ м.

Ответ: $L = D = 16$ м.

Критерии оценивания задачи 3 (15 баллов)

	<i>Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)</i>	<i>Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)</i>
1	Применен закон сохранения механической энергии	3
2	Получена связь минимальности начальной скорости с радиусом колеса через ускорение свободного падения	3
3	Получена и использована формула горизонтальной дальности полета	3
4	Найдены необходимые тригонометрические функции угла бросания	3
5	Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	3

4. В далеком (или не очень) будущем земляне вступили в эпоху межзвездных путешествий, и в системе одного из желтых карликов Галактики (звезда, того же класса, что и Солнце) открыли планету Архе с биосферой, во многом напоминающей Землю эпохи мезозоя (примерно 70–250 млн лет назад от нашего времени). Среди обитателей Архе внимание ученых привлек вид шарозавров — травоядных гигантов, напоминающих древних земных рептилий, но обладающих уникальным и очень полезным эволюционным приспособлением: в ночное время суток, когда температура окружающей среды снижается до 20°C животное сворачивается «шариком» (отсюда и название). Принимая шарообразную форму, «рептилия» минимизирует площадь поверхности тела и, следовательно, отток тепла из организма. В результате, ночью, длящейся 10 земных часов, температура тела шарозавра снижается лишь на 1°C по сравнению с его дневной температурой, составляющей 36°C. При этом шарозавр практически не сжигает калории, полученные днем с пищей. Теплообмен с окружающей средой происходит через кожу животного, его интенсивность пропорциональна перепаду температур между телом шарозавра и окружающей средой, и составляет

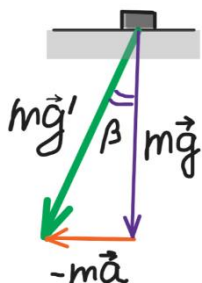
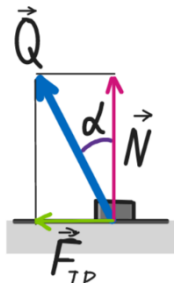
50 Вт на 1 м^2 кожи при перепаде в 1°С . Каков примерно радиус «шарика»? Удельная теплоемкость тела шарозавра $4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Плотность тела шарозавра близка к плотности воды.

Для справки. Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Площадь сферы: $S = 4\pi R^2$.

Дано: $t_0 = 20^\circ\text{С}$, $t = 36^\circ\text{С}$, $\Delta t = 1^\circ\text{С}$, $\tau = 10 \text{ ч}$, $k = 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot 1^\circ\text{С})$, $c = 4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$,
 $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ | $R = ?$

Решение

Мощность тепловыделения



$$P = k \cdot 4\pi R^2(t - t_0).$$

Тепло, отданное за ночь

$$Q = c\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta t.$$

Уравнение теплового баланса:

$$c\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta t = k \cdot 4\pi R^2(t - t_0)\tau.$$

Отсюда искомый радиус

$$R = \frac{3k\tau(t - t_0)}{c\rho\Delta t}.$$

Численный расчет:

$$R = \frac{3 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 16}{4000 \cdot 10^3} \cong 22 \text{ м}.$$

Ответ: $R = \frac{3k\tau(t-t_0)}{c\rho\Delta t} \cong 22 \text{ м}.$

Критерии оценивания задачи 4 (20 баллов)

	<i>Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)</i>	<i>Мак. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)</i>
1	Записано соотношение для мощности тепловыделения	4
2	Определено тепло, отданное за ночь	4
3	Записано уравнение теплового баланса	4
4	Получен верный ответ в общем	4
5	Получен верный численный ответ с указанием единицы измерения.	4

5. Брусок массой $m = 1 \text{ кг}$ покоится на шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения $\mu = 3/4$. Какое минимальное усилие необходимо прилагать, чтобы двигать брусок прямолинейно вдоль поверхности с ускорением $a = \mu g$, где $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$ — ускорение свободного падения?

Решение

Запишем 2-й закон Ньютона в векторном виде

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a},$$

или

$$m\vec{g}' + \vec{Q} + \vec{F} = 0,$$

где

$$m\vec{g}' = m\vec{g} - m\vec{a},$$

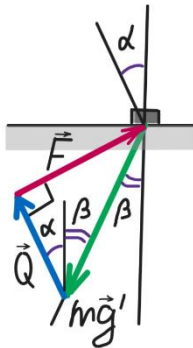
$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}.$$

Сила \vec{Q} наклонена к вертикали под углом α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu N}{N} = \mu.$$

Сила $m\vec{g}'$ наклонена к вертикали под углом β :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\mu mg}{mg} = \mu = \operatorname{tg} \alpha.$$



Модуль силы \vec{F} будет наименьшим, если она перпендикулярна линии действия силы \vec{Q} . Таким образом

$$\begin{aligned} F_{\min} &= m\sqrt{g^2 + a^2} \sin(\alpha + \beta) = mg\sqrt{1 + \mu^2} \sin 2\alpha = \\ &= 2mg\sqrt{1 + \mu^2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2}} \end{aligned}$$

Численный расчет

$$F = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 10}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = 12 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\min} = \frac{2\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}} = 12 \text{ Н.}$

Критерии оценивания задачи 5 (25 баллов)

	<i>Решение содержит следующие верные элементы (баллы за каждый верный элемент решения суммируются)</i>	<i>Мах. балл за элемент решения (ставится, когда он сделан верно и полно)</i>
1	Записан второй закон Ньютона.	5
2	Определен угол наклона силы полной реакции опоры к вертикали	5
3	Определен угол наклона вектора $m\vec{g}'$ к вертикали (если решающий имеет понятие о силе инерции, это приветствуется)	5
4	Найдено условия минимальности прилагаемого усилия	5
5	Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	5

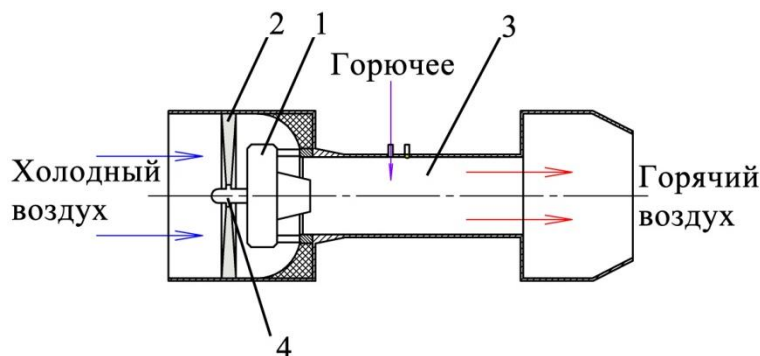
Возможное альтернативное решение.

Например, участник может попытаться решить задачу в скалярном виде (сразу все в проекциях). Шансов на успех мало, но вдруг получится. В этом случае предлагается оценивать решение по следующей общей схеме:

<i>Степень продвижения к ответу</i>	<i>% от MAX</i>
Все сделано полностью верно: записаны все необходимые законы, нет ошибок в алгебраических преобразованиях, вычислениях и единицах измерений	100
Записаны все необходимые законы, нет ошибок в алгебраических преобразованиях, но есть ошибки (одна или несколько) в вычислениях и/или единицах измерений	80
Записаны все необходимые законы, но есть ошибки (одна или несколько) в алгебраических преобразованиях	60
Записаны все необходимые законы, но есть ошибки в их записях или формулировках	40
Записаны не все необходимые законы, но что-то из полезного для решения все же сделано.	20
Решение неверно с самого начала или полностью отсутствует	0

Ситуационная задача

В качестве двигательной установки легких беспилотных летательных аппаратов применяется электродвигатель с импеллером, как альтернатива традиционному воздушному винту (пропеллеру). Электродвигатель – 1 с импеллером – 2 представляет собой вентилятор в кольцевом канале (трубе) – 3. С помощью импеллеров можно проводить имитацию воздушно-реактивных двигателей. В этом случае для увеличения тяги в канал – 3 после вентилятора может добавляться горючее, при сжигании которого поток воздуха за счёт уменьшения плотности (при допущении постоянного расхода воздуха) дополнительно разгоняется.



Вентилятор имеет диаметром 120 мм и КПД 60%. Определите необходимую мощность электродвигателя, позволяющего обеспечить номинальную тягу после вентилятора в 10 Н. В расчётах площадью сечения электродвигателя – 1 и втулки – 4 вентилятора пренебречь.

Плотность воздуха при нормальных условиях $1,2 \text{ кг/м}^3$. Площадь круга рассчитывается по формуле $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, где d – диаметр.

Решение:

Тяга двигателя представляет собой реактивную силу, возникающую за счёт отбрасывания воздуха с высокой скоростью при вращении вентилятора. Запишем второй закон Ньютона для единицы массы расходуемого воздуха в единицу времени, которой сообщается скорость v .

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} = \frac{m}{t} \cdot v = M \cdot v,$$

где M – секундный массовый расход отбрасываемого вещества, [кг/с].

Мощность воздушного потока можно представить, как произведение силы на скорость

$$N = F \cdot v$$

Объёмный расход воздуха можно найти, зная скорость потока и площадь его сечения

$$V = S \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v.$$

Тогда

$$M = V \cdot \rho = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \cdot \rho.$$

Подставив это уравнение в уравнение силы, получим

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho \cdot v^2$$

Откуда скорость потока

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10}{\pi \cdot 0,12^2 \cdot 1,2}} = 27,1 \text{ м/с}$$

Следовательно, мощность потока

$$N = F \cdot v = F \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot F^3}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,12^2 \cdot 1,2}} = 271 \text{ Вт.}$$

Тогда мощность электродвигателя

$$N_E = \frac{N}{\mu} = \frac{172}{0,6} = 452 \text{ Вт.}$$

Ответ: мощность электродвигателя $N_E = 452 \text{ Вт.}$



Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Физика («Профессор Жуковский»)

Предмет: Физика

Класс: 9

Задание 1 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Показано, что $BCA=90^\circ$	2
Показано, что $OCA=2BCA$	2
Получено соотношение для времени движения по кольцу	2
Получено соотношение для времени движения по кольцу со съездом на хорду	2
Получен верный ответ	2

Задание 2 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Применен закон сохранения механической энергии	4
Найден радиус рулона	2
Найдена масса коврика	2
Получен верный ответ	2

Задание 3 (максимальная оценка 15 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Применен закон сохранения механической энергии	3
Получена связь минимальности начальной скорости с радиусом колеса через ускорение свободного падения	3
Получена и использована формула горизонтальной дальности полета	3
Найдены необходимые тригонометрические функции угла бросания	3
Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	3

Задание 4 (максимальная оценка 20 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записано соотношение для мощности тепловыделения	4
Определено тепло, отданное за ночь	4
Записано уравнение теплового баланса	4
Получен верный ответ в общем	4
Получен верный численный ответ с указанием единицы измерения.	4

Задание 5 (максимальная оценка 25 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записан второй закон Ньютона.	5
Определен угол наклона силы полной реакции опоры к вертикали	5
Определен угол наклона вектора mg' к вертикали (если решающий имеет понятие о силе инерции, это приветствуется)	5
Найдены условия минимальности прилагаемого усилия	5
Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения.	5

Задание С (максимальная оценка 20 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	5
Составлена система уравнений и математическая модель	5
Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	5
Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	5