Задача 1

Вариант 1

Снаряд массой m пускают горизонтально с башни высотой h с начальной скоростью v_0. Найдите время удаления снаряда от основания башни. Трением о воздух пренебречь.

Вариант 2

Снаряд массой m пускают горизонтально с башни высотой h с начальной скоростью v_0. Найдите разницу между временем полёта и временем удаления от основания башни. Трением о воздух пренебречь.

Решение:

$$\begin{cases} x = vt \\ y = h - \dfrac{gt^2}{2} \\ r = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases} \Rightarrow \quad r = \sqrt{(vt)^2 + \left(h - \dfrac{gt^2}{2}\right)^2}$$

$$\left((vt)^2 + \left(h - \frac{gt^2}{2}\right)^2\right) = r^2 = v^2t^2 + h^2 - hgt^2 + \frac{g^2t^4}{4}$$

Время приближения к основанию

$$t = \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Вариант 1

Время удаления от основания

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Вариант 2

$$\Delta t = \frac{\sqrt{2hg - 2v^2}}{g}$$

Критерии оценивания

0,25	Верно записаны кинематические законы движения снаряда.
0,5	Найдено правильно расстояние между точкой траектории полета снаряда и основанием башни, а также произведено исследование этой функции.
0,75	Получено выражение для времени с ошибкой в вычислениях.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

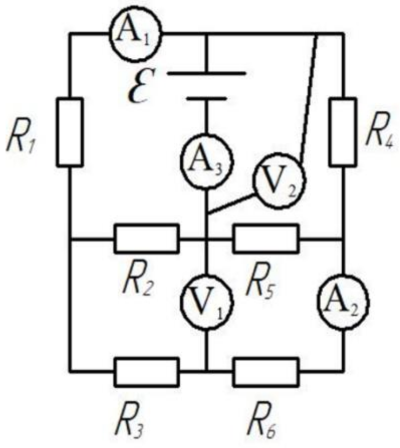


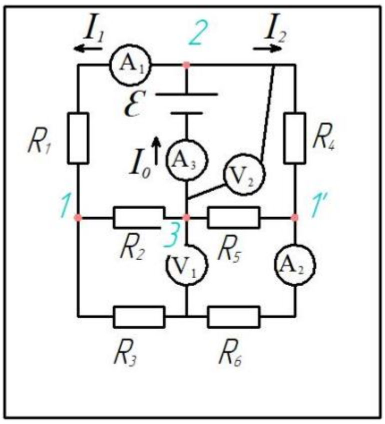
Рис. 1

Задача 2

Вариант 1

Для электрической цепи, представленной на рис. 1, определить показания приборов (считать идеальными), если E = 50 В, R_1 = 4 Ом, R_4 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_5 = 6 Ом, R_3 = 3 Ом, R_6 = 3 Ом. Внутренним сопротивлением источника ЭДС пренебречь.

Решение:



1) Так как сопротивления R1= R4, то потенциалы узлов 1 и 1` равны, значит участок с сопротивлениями R3 и R6 закорочен, **тогда показания прибора $\boldsymbol{A_2 = 0}$** А.
2) R1 и R2 соединены последовательно $R_{1-2} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10$ Ом, R4 и R5 последовательно $R_{4-5} = R_4 + R_5 = 10$ Ом,
   R_{1-2} и R_{4-5} параллельно $R_{\text{экв}} = \frac{R_{1-2} \cdot R_{4-5}}{R_{1-2} + R_{4-5}} = \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 5$ Ом/
   Отсюда ток источника $I_0 = \frac{E}{R_{\text{экв}}} = \frac{50}{5} = 10$ А,
   показания **прибора $\boldsymbol{A_3 = 10}$** А, **вольтметр показывает ЭДС источника $\boldsymbol{V_2 = 50}$** В.
3) Показания **прибора $\boldsymbol{A_1 = 5}$** А, $\boldsymbol{V_1} = I_2 \cdot R_2 = \boldsymbol{5 \cdot 6 = 30}$ В.
   Ответ: $\boldsymbol{A_1 = 5}$ А, $\boldsymbol{V_1 = 30}$ В, $\boldsymbol{A_2 = 0}$ А, $\boldsymbol{V_2 = 50}$ В, $\boldsymbol{A_3 = 10}$ А.

Критерии оценивания

0,25	Верно определен способ подключения элементов с сопротивлениями R3 и R6
0,5	Верно определены показания приборов $\boldsymbol{V_1, A_2}$
0,75	Верно определены показания приборов $\boldsymbol{V_1, A_2, V_2, A_3}$
1,0	Верно определены показания приборов А$\boldsymbol{_1, V_1, A_2, V_2, A_3}$

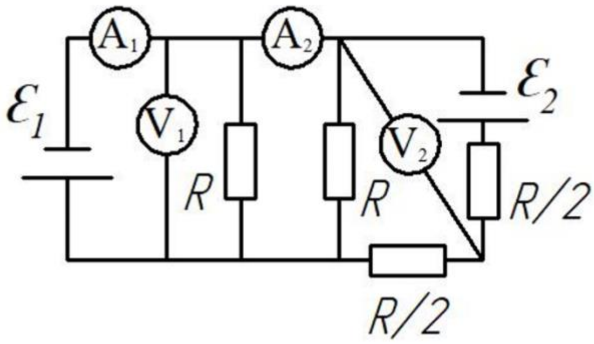


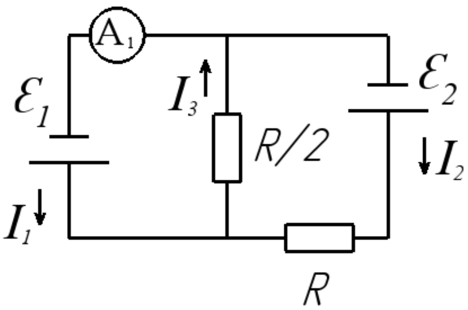
Рис. 2

Вариант 2

Для электрической цепи, представленной на рис. 1 определить показания приборов (считать идеальными) если E1 = 60 В, E2 = 30 В, R = 5 Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

Решение:

1) Преобразуем параллельное подключение 1 и 2 - получим ${R}/{2}$, последовательное 3 и 4 – получим R, составим уравнения по законам Кирхгофа:



$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ E_1 = I_3 \cdot {R}/{2} \\ E_2 = I_2 \cdot R + I_3 \cdot {R}/{2} \end{cases} =>$$

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = E_1 \cdot {2}/{R} = {120}/{5} = 24 \text{ А} \\ E_2 = I_2 \cdot R + 24 \cdot {R}/{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = E_1 \cdot {2}/{R} = {120}/{5} = 24 \text{ А} \\ I_2 = -\frac{30}{5} = -6 \text{ А} \end{cases} => \begin{cases} I_3 = 24 \text{ А} \\ I_2 = -6 \text{ А} \end{cases} => \begin{cases} I_3 = 24 \text{ А} \\ I_2 = -6 \text{ А} \\ I_1 = 30 \text{ А} \end{cases}$$

2) **Ток, проходящий через амперметр** $\mathbf{A_2 = {}^{I_3}/_2 + I_2 = 18}$ А

вольтметр показывает ЭДС источника $\boldsymbol{V_1 = 60}$ В

вольтметр показывает ЭДС источника $\boldsymbol{V_2 = E_2 + I_2 \cdot {}^{R}/_{2} = 30 + 6 \cdot 2{,}5 = 45}$ В

Амперметр $\boldsymbol{A_1 = 30}$ А

Ответ: $\boldsymbol{A_1 = 30}$ А, $\boldsymbol{V_1 = 60}$ В, $\boldsymbol{A_2 = 18}$ А, $\boldsymbol{V_2 = 45}$ В

0,25	Верно определены показания $\boldsymbol{V_1}$
0,5	Верно определены показания приборов $\boldsymbol{V_1, A_1}$
0,75	Верно определены записаны выражения для определения V_2, A_2, но допущена арифметическая ошибка
1,0	Верно определены показания приборов $\mathrm{A}_{\mathbf{1}}$, $\boldsymbol{V_1, A_2, V_2}$

Задача 3

Вариант 1

Оптическая система состоит из двух плоско-выпуклых линз Л$_1$ и Л$_2$, соприкасающихся плоскими поверхностями так, что их главные оптические оси совпадают. За линзами на некотором расстоянии расположен экран. Сначала убрали линзу Л$_2$. На главной оптической оси линзы Л$_1$ поместили точку А и получили её действительное изображение на экране, не меняя положение экрана. Оказалось, что если точку А сдвинуть на h_1 = 2 см перпендикулярно оптической оси, то её изображение сдвинется на H_1 = 3 см. Затем линзу Л$_1$ заменили на Л$_2$. Оказалось, что в этом случае, действительное изображение точки А, при сдвиге в перпендикулярном направлении на h_2 = 4 см, и прежнем положении экрана, сместится на H_2 = 2 см. На какое расстояние сместится действительное изображение точки А в системе из двух линз, если точку сдвинуть на h_3 = 5 см перпендикулярно к оптической оси, не меняя положение экрана? Ответ укажите в см, округлив до целых.

Вариант 2

Оптическая система состоит из двух плоско-выпуклых линз Л$_1$ и Л$_2$, соприкасающихся плоскими поверхностями так, что их главные оптические оси совпадают. За линзами на некотором расстоянии расположен экран. Сначала убрали линзу Л$_2$. На главной оптической оси линзы Л$_1$ поместили точку А и получили её действительное изображение на экране, не меняя положение экрана. Оказалось, что если точку А сдвинуть на h_1 = 2 см перпендикулярно оптической оси, то её изображение сдвинется на H_1 = 5 см. Затем линзу Л$_1$ заменили на Л$_2$. Оказалось, что в этом случае, действительное изображение точки А, при сдвиге в перпендикулярном направлении на h_2 = 6 см, и прежнем положении экрана, сместится на H_2 = 3 см. На какое расстояние сместится действительное изображение точки

А в системе из двух линз, если точку сдвинуть на h_3 = 3 см перпендикулярно к оптической оси, не меняя положение экрана? Ответ укажите в см, округлив до целых.

Решение.
Во всех случая расстояние от линзы до экрана f одинаковое

$$\frac{f}{d_1}+1=D_1 f\ ,\ \frac{f}{d_2}+1=D_2 f\ ,\ \frac{f}{d_1}+\frac{f}{d_2}+2=\left(D_1+D_2\right)f\ ,$$

$$\frac{H_1}{h_1}=\frac{f}{d_1}=D_1 f-1\ ,\ \frac{H_2}{h_2}=\frac{f}{d_2}=D_2 f-1\ ,\ \frac{H_3}{h_3}=\left(D_1+D_2\right)f-1=\frac{f}{d_1}+\frac{f}{d_2}+1=\frac{H_1}{h_1}+\frac{H_2}{h_2}+1$$

Откуда $H_3=h_3\left(\frac{H_1}{h_1}+\frac{H_2}{h_2}+1\right)$

вар	h1, см	H1, см	h2, см	H2, см	h3, см	H3, см
1	2	3	4	2	5	15
2	2	5	6	3	3	12

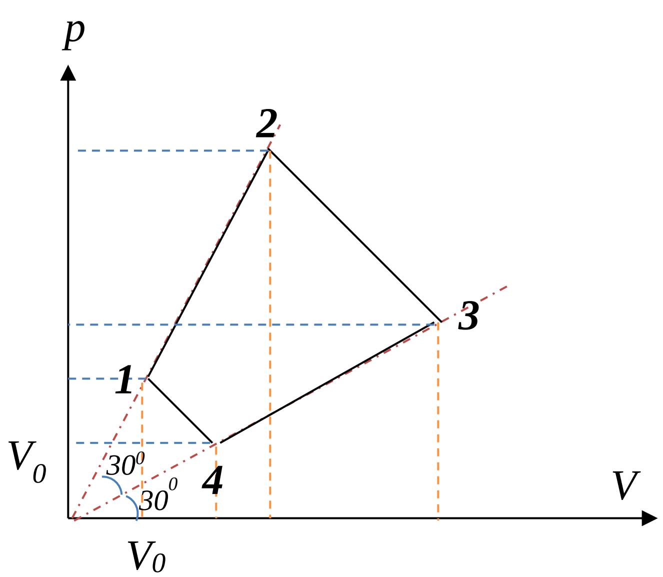
Критерии оценивания

0,25	Написаны выражения оптической силы каждой линзы и её увеличения
0,5	Написаны выражения суммарной оптической силы линз и увеличения.
0,75	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Задача 4

Вариант 1

Одноатомный газ участвует в цикле, представленном на рисунке и представляющем из себя равнобедренную трапецию (см.рисунок). Найдите КПД цикла, если давление в процессе 1-2 увеличивается в 2 раза. Ответ, дайте в процентах, округлив значение до десятых.



Решение:

$n=2$

$U_{23}=0$

$U_{41}=0$

$U_{12}=\frac{i}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2\quad -1)$

$U_{34}=-\frac{i}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2\quad -1)$

$A_{12}=\frac{1}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2\quad -1)$

$A_{23}=V_0^2 n^2$

$A_{34}=-\frac{1}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2\quad -1)$

$A_{41} = -V_0^2$

$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = V_0^2(n^2 \quad -1)$

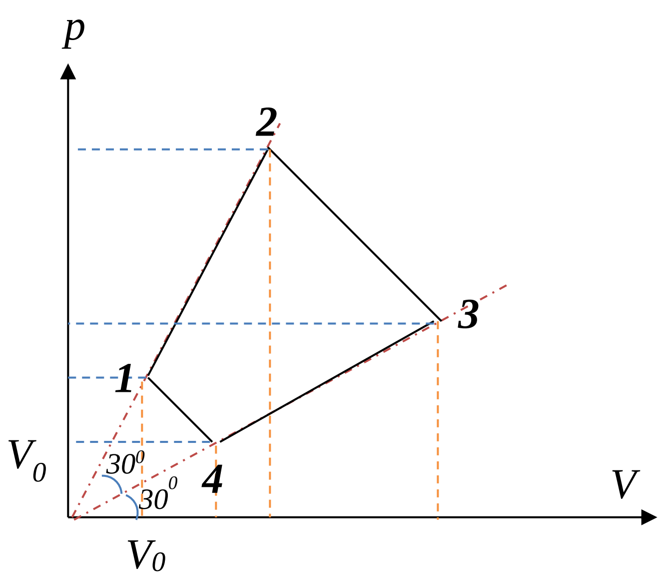
$Q_н = Q_{12} + Q_{23} = U_{12} + A_{12} + A_{23} = V_0^2\{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2 \quad -1)(i+1) + n^2\}$

$Q_х = Q_{34} + Q_{41} = U_{34} + A_{34} + A_{41} = -V_0^2\{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2 \quad -1)(i+1) + 1\}$

$$\eta = \frac{n^2 - 1}{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2-1)(i+1) + n^2} = 20{,}8\%$$

Вариант 2

Одноатомный газ участвует в цикле, представленном на рисунке и представляющем из себя равнобедренную трапецию (см.рисунок). Найдите КПД цикла, учитывая, что работа, совершаемая газом в процессе 2-3, в пять раз больше работы, совершаемой над газом в процессе 4-1. Ответ, дайте в процентах, округлив значение до десятых.



Решение:

$n = \sqrt{5}$

$U_{23} = 0$

$U_{41} = 0$

$U_{12} = \frac{i}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2 \quad -1)$

$U_{34} = -\frac{i}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2 \quad -1)$

$A_{12} = \frac{1}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2 \quad -1)$

$A_{23} = V_0^2 n^2$

$A_{34} = -\frac{1}{2}V_0^2\sqrt{3}(n^2 \quad -1)$

$A_{41} = -V_0^2$

$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = V_0^2(n^2 \quad -1)$

$Q_н = Q_{12} + Q_{23} = U_{12} + A_{12} + A_{23} = V_0^2\{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2 \quad -1)(i+1) + n^2\}$

$Q_х = Q_{34} + Q_{41} = U_{34} + A_{34} + A_{41} = -V_0^2\{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2 \quad -1)(i+1) + 1\}$

$$\eta = \frac{n^2 - 1}{\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2-1)(i+1) + n^2} = 21.2\ \%$$

Критерии оценивания

0,25	Верно найдены координаты всех точек, записана верная формула для вычисления КПД.
0,5	Верно указаны процессы, в которых подводится и отводится тепло. Записано первое начало термодинамики и формулы для вычисления работы и внутренней энергии.
0,75	Верно вычислены работы, внутренние энергии, количество теплоты необходимые для КПД, но результат КПД получен с ошибкой.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Задача 5

Вариант 1

Над бесконечной горизонтальной тонкой незаряженной проводящей закреплённой плоскостью подвесили на невесомой диэлектрической пружине жесткостью k_0 небольшой металлический шарик, массой m и зарядом q (q> 0). Начальное расстояние от центра шарика до плоскости составляет L. В некоторый момент времени систему вывели из положения равновесия. Найдите период установившихся колебаний. Расстояние L достаточно велико по отношению к смещению шарика. Вихревыми токами в плоскости пренебречь.

Решение:

Условие равновесия с учётом метода изображений: $k_0 x_0 = mg + k\frac{q^2}{4L^2}$

Уравнение динамики: $ma = -k_0(x + x_0) + mg + k\frac{q^2}{4(L-x)^2}$

Получаем период: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_0 - \dfrac{2kq^2}{4L^3}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2L^3 m}{2L^3 k_0 - kq^2}}$

Вариант 2

Над бесконечной горизонтальной тонкой незаряженной проводящей закреплённой плоскостью подвесили на невесомой диэлектрической пружине жесткостью k_0 небольшой металлический шарик, массой m и зарядом q (q< 0). Начальное расстояние от центра шарика до плоскости составляет $\boldsymbol{L}$. В некоторый момент времени систему вывели из положения равновесия, сместив шарик на $\boldsymbol{y}$ вверх ($\boldsymbol{y} \ll \boldsymbol{L}$). Найдите максимальную скорость шарика. Расстояние $\boldsymbol{L}$ достаточно велико по отношению к смещению шарика. Вихревыми токами в плоскости пренебречь.

Решение:

Условие равновесия с учётом метода изображений: $k_0 x_0 = mg + k\frac{q^2}{4L^2}$

Уравнение динамики: $ma = -k_0(x + x_0) + mg + k\frac{q^2}{4(L-x)^2}$

Получаем частоту: $\omega = \sqrt{\dfrac{k_0 - \dfrac{2kq^2}{4L^3}}{m}} = \sqrt{\dfrac{2L^3 k_0 - kq^2}{2L^3 m}}$

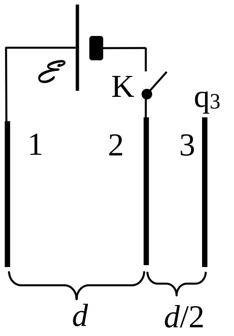
Следовательно, максимальная скорость шарика: $v_{\max} = y\omega = y\sqrt{\dfrac{k_0 - \dfrac{2kq^2}{4L^3}}{m}} = y\sqrt{\dfrac{2L^3 k_0 - kq^2}{2L^3 m}}$

Критерии оценивания

0,25	Записаны законы для описания колебательного движения. (Условие равновесия, формула периода, 2-ой закон Ньютона или ЗСЭ, Закон Кулона).
0,5	Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ без метода изображений.
0,75	Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ с учетом метода изображений.
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

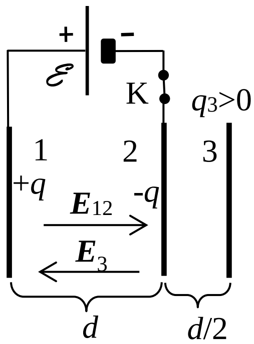
Задача 6

Вариант 1



Три одинаковые пластины расположены параллельно друг другу, как показано на рисунке. Пластины 1 и 2 не заряжены, а пластина 3 заряжена положительным зарядом $q_3 = 2.0\cdot10^{-7}$ Кл . К пластинам 1 и 2 присоединен через незамкнутый ключ К источник эдс $\mathcal{E}$= 200 В. Какое количество тепла выделится при замыкании ключа К? Принять диэлектрическую проницаемость среды равной 1. Величина площади каждой пластины S = 0,08 м^2, d = 1 мм. Поле заряженных пластин считать однородным. Принять $\varepsilon_0 = \dfrac{10^{-9}}{36\pi}$ Ф/м. Ответ укажите в мкДж, округлив до целых.

Решение.
Напряжение между пластинами 1 и 2 известно.



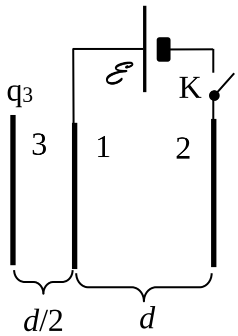
$$\xi = \left(\frac{q}{\varepsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\varepsilon_0 S}\right)d\,,\; q = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\xi + \frac{q_3}{2}$$

$$A = \xi q = \xi\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\xi + \frac{q_3}{2}\right),$$

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\mathrm{E}^2$$

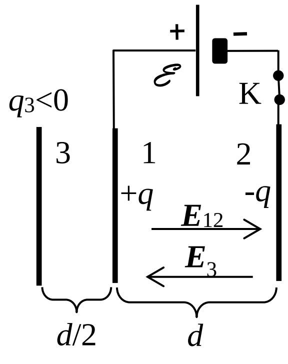
$$Q = A - \Delta W = \mathrm{E}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + \frac{q_3}{2}\right) - \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\mathrm{E}^2 = \frac{\mathrm{E}}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + q_3\right)$$

Вариант 2



Три одинаковые пластины расположены параллельно друг другу, как показано на рисунке. Пластины 1 и 2 не заряжены, пластина 3 заряжена отрицательным зарядом $q_3 = -\,2.0\cdot10^{-7}$ Кл . К пластинам 1 и 2 присоединен через незамкнутый ключ К источник эдс $\mathcal{E}$= 150 В. Какое количество тепла выделится при замыкании ключа К? Принять диэлектрическую проницаемость среды равной 1. Величина площади каждой пластины S = 0,08 м^2. Величина d = 1 мм. Поле заряженных пластин считать однородным. Принять $\varepsilon_0 = \dfrac{10^{-9}}{36\pi}$ Ф/м. Ответ укажите в мкДж, округлив до целых.

Решение. Напряжение между пластинами 1 и 2 известно.



$$\mathrm{E} = \left(\frac{q}{\varepsilon_0 S} - \frac{|q_3|}{2\varepsilon_0 S}\right)d\,,\; q = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + \frac{|q_3|}{2}$$

$$A = \mathrm{E}q = \mathrm{E}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + \frac{|q_3|}{2}\right),\; \Delta W = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\mathrm{E}^2$$

$$Q = A - \Delta W = \mathrm{E}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + \frac{|q_3|}{2}\right) - \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\mathrm{E}^2 = \frac{\mathrm{E}}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{E} + |q_3|\right)$$

вар	ЭДС, В	S, м^2	q_3, Кл	d, м	$\frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathcal{E}$, Кл	Q, Дж	Q, мкДж
1	200	0.08	$+2.0\cdot10^{-7}$	0.001	$1.41\cdot10^{-7}$	$34\cdot10^{-6}$	34
2	150	0.08	$-2.0\cdot10^{-7}$	0.001	$1.06\cdot10^{-7}$	$23\cdot10^{-6}$	23

Критерии оценивания

0,25	Написано выражение для напряжения между пластинами. Найдены заряды пластин 1 и 2.
0,5	Записаны закон сохранения энергии. Найдены выражения для работы источника и изменения энергии.
0,75	Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу
1,0	Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.

Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Физика
Предмет: Физика
Класс: 11

Задание 1 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Верно записаны кинематические законы движения снаряда.	2
Найдено правильно расстояние между точкой траектории полета снаряда и основанием башни, а также произведено исследование этой функции.	4
Получено выражение для времени с ошибкой в вычислениях.	6
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	8

Задание 2 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
ВАРИАНТ 1: Верно определен способ подключения элементов с сопротивлениями R_3 и R_6 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания V_1	3
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов V_1, A_2 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания приборов V_1, A_1	5
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов V_1, A_2, V_2, A_3 ВАРИАНТ 2: Верно определены записаны выражения для определения V_2, A_2, но допущена арифметическая ошибка	8
ВАРИАНТ 1: Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2, A_3 ВАРИАНТ 2: Верно определены показания приборов A_1, V_1, A_2, V_2	10

Задание 3 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Написаны выражения оптической силы каждой линзы и её увеличения	3
Написаны выражения суммарной оптической силы линз и увеличения.	5
Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	8
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	10

Задание 4 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Верно найдены координаты всех точек, записана верная формула для вычисления КПД.	3
Верно указаны процессы, в которых подводится и отводится тепло. Записано первое начало термодинамики и формулы для вычисления работы и внутренней энергии.	6
Верно вычислены работы, внутренние энергии, количество теплоты необходимые для КПД, но результат КПД получен с ошибкой.	9
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	12

Задание 5 (максимальная оценка 16 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Записаны законы для описания колебательного движения. (Условие равновесия, формула периода, 2-ой закон Ньютона или ЗСЭ, Закон Кулона).	4
Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ без метода изображений.	8
Записан вывод уравнения колебания через уравнение динамики или ЗСЭ с учетом метода изображений.	12
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	16

Задание 6 (максимальная оценка 24 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Задание решено неверно или не решено	0
Написано выражение для напряжения между пластинами. Найдены заряды пластин 1 и 2.	6
Записаны закон сохранения энергии. Найдены выражения для работы источника и изменения энергии.	12
Приведено решение с необходимыми пояснениями, но при решении допущены ошибки, приводящие к неправильному ответу	18
Приведено правильное решение с необходимыми пояснениями.	24

Ситуационная задача

11 класс

Вариант 1

(20 баллов) Орбитальная станция массой 75 тонн представляет собой полый цилиндр с внешним диаметром 5 м, внутренним диаметром 4,5 м при длине 10 метров.

Для комфортного проживания космонавтов на станции создаётся «искусственная» гравитация, возникающая в результате закручивания станции относительно её продольной оси. Станция приводится во вращение четырьмя ракетными двигателями тягой 100 Н каждый, расположенными на внешней поверхности станции и направленными по касательной к ней. Конструкция двигателей позволяет им работать продолжительное время.

С какой угловой скоростью нужно закрутить станцию, чтобы создать внутри гравитацию, равную половине земной? Сколько для этого потребуется времени?

Вернется ли космонавт на поверхность станции в инерциальной системе отсчёта, если подпрыгнет по нормали к ней в установившемся режиме вращения? Если вернется, то в какую точку, относительно исходной? Ростом космонавта можно пренебречь. Ответ пояснить.

Дополнительная информация:

Момент инерции полого однородного цилиндра относительно продольной оси:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где R – внешний радиус цилиндра, r – внутренний радиус цилиндра, m – масса цилиндра.

Решение:

1. Запишем связь центростремительного ускорения и угловой скорости

$$a_n = \omega^2 \cdot r,$$

где r – внутренний радиус станции.

Согласно условию задачи:

$$a_n = \frac{g}{2},$$

где g – ускорение свободного падения на Земле.

Тогда

$$\frac{g}{2} = \omega^2 \cdot r,$$

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2r}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 2}{2 \cdot 4{,}5}} = 1{,}48\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

2. Определим момент инерции станции относительно продольной оси, используя формулу для полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где m – масса станции, R – внешний радиус станции, r – внутренний радиус станции

Численно:

$$J = \frac{1}{2} \cdot 75000 \cdot \left(\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{4,5}{2}\right)^2 \right) = 424\ 218,75 \ \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения, определим угловое ускорение станции:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$
$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

где M – момент внешних сил (суммарной тяги ракетных двигателей), который можно найти как:

$$M = P \cdot R \cdot n,$$

где P – тяга одного двигателя, n – число двигателей, R – внешний радиус станции.

Окончательно, для углового ускорения имеем:

$$\varepsilon = \frac{P \cdot R \cdot n}{J}.$$

Поскольку станция находится в космосе, то в период простоя двигателей потеря скорости не происходит (т.к. отсутствуют внешние силы). Тогда угловую скорость орбитальной станции можно найти как:

$$\omega = \varepsilon \cdot T,$$

где T – время работы.

$$T = \frac{\omega}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{g}{2r}} \cdot \frac{J}{P \cdot R \cdot n}.$$

Откуда время работы двигателей:

$$T = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 2}{2 \cdot 4,5}} \cdot \frac{44531,25 \cdot 2}{100 \cdot 5 \cdot 4} = 626,4 \text{ с}.$$

3. Космонавт вернется в точку, которая будет впереди по ходу вращения от исходной. Скорость космонавта в момент прыжка складывается из тангенциальной и нормальной составляющих. После отрыва от поверхности станции на космонавта не будут действовать никакие силы, поэтому он будет двигаться по прямолинейной траектории до соприкосновения с поверхностью станции. А исходная точка поверхности будет вращаться под ним со скоростью, равной тангенциальной составляющей. Таким образом, космонавт будет двигаться с большей скоростью по меньшей траектории.

Ответ: $\omega = 1,48 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $T = 626,4$ с.

Ситуационная задача

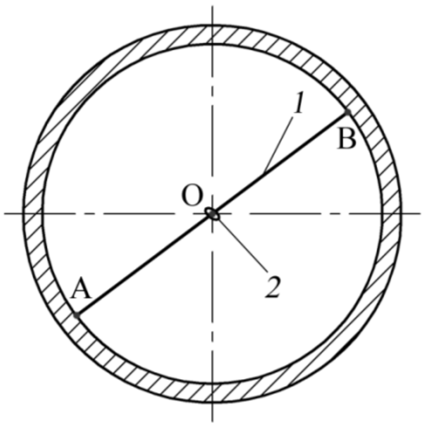
Вариант 2

(20 баллов) Орбитальная станция массой 75 тонн представляет собой полый цилиндр с внешним диаметром 5 м, внутренним диаметром 4,5 м при длине 10 метров.

Для комфортного проживания космонавтов на станции создаётся «искусственная» гравитация, возникающая в результате закручивания станции относительно её продольной оси. Станция приводится во вращение четырьмя ракетными двигателями тягой 100 Н каждый, расположенными на внешней поверхности станции и направленными по касательной к ней.

Какое время потребуется на раскрутку станции, чтобы создать внутри неё гравитацию, равную половине земной, если на каждые 5 секунд работы двигателей требуется 7,5 секунд простоя для охлаждения?

Какая сила сообщает космонавту на станции ускорение в инерциальной системе отсчёта в установившемся режиме вращения? Сделать поясняющий рисунок.



Для изучения поведения технических систем в условиях «искусственной» гравитации на станции поставили эксперимент. Взяли тонкую спицу (*1*), длина которой равна внутреннему диаметру станции. Ось вращения спицы (точка O) совпадает с её геометрическим центром и осью вращения станции. На спицу нанизана бусинка (*2*), которая может перемещаться по ней без трения. В начальный момент времени концы спицы закреплены на стенке станции (точки A и B), бусинка находится в её середине. Затем бусинка легким толчком чуть смещается от середины спицы, а концы спицы освобождаются. В каком направлении относительно вращения станции повернется спица за время движения бусинки в инерциальной системе отсчета? Ответ обоснуйте.

Дополнительная информация:

Момент инерции полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2),$$

где R – внешний радиус цилиндра, r – внутренний радиус цилиндра, m – масса цилиндра

Решение:

1. Определим момент инерции станции относительно продольной оси, используя формулу для полого однородного цилиндра:

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R^2 + r^2)$$

где m – масса станции, R – внешний радиус станции, r – внутренний радиус станции.

Численно:

$$J = \frac{1}{2} \cdot 75000 \cdot \left(\left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{4,5}{2} \right)^2 \right) = 424218,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Запишем связь центростремительного ускорения и угловой скорости

$$a_n = \omega^2 \cdot r,$$

где r – внутренний радиус станции.

Согласно условию задачи:

$$a_n = \frac{g}{2},$$

где g – ускорение свободного падения на Земле.

Тогда

$$\frac{g}{2} = \omega^2 \cdot r.$$

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2r}}.$$

Пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения, определим угловое ускорение станции:

$$M = J \cdot \varepsilon,$$
$$\varepsilon = \frac{M}{J},$$

где M – момент внешних сил (суммарной тяги ракетных двигателей), который можно найти как:

$$M = P \cdot R \cdot n,$$

где P – тяга одного двигателя, n – число двигателей.

Окончательно, для углового ускорения имеем:

$$\varepsilon = \frac{P \cdot R \cdot n}{J}.$$

Тогда угловую скорость орбитальной станции можно найти как:

$$\omega = \varepsilon \cdot t,$$

где t – время работы двигателей.

$$t = \frac{\omega}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{g}{2r}} \cdot \frac{J}{P \cdot R \cdot n}.$$

Откуда время работы двигателей:

$$t = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 2}{2 \cdot 4,5}} \cdot \frac{44531,25 \cdot 2}{100 \cdot 5 \cdot 4} = 626,4 \text{ с}.$$

Определим общее время работы (включая пассивное). Для этого определим сколько полных циклов активной работы совершат двигатели:

$$\nu = \frac{t}{\tau_{\text{А}}},$$

где $\tau_{\text{А}}$ – длительность разового включения двигателя (продолжительность активной работы при разовом включении).

Численно

$$\nu = \frac{626{,}4}{5} = 125{,}28.$$

Из этого следует, что двигатели совершат 13 /125 полных циклов работа + простой, а 9-й / 126-й цикл будет неполный. Поэтому, общее время, потраченное на охлаждение в режиме простоя, можно найти как:

$$T_{\text{П}} = 125 \cdot \tau_{\text{П}}$$

где $\tau_{\text{П}}$ – длительность однократного простоя двигателя при цикличной работе.

Тогда общее время работы:

$$T_{\text{Р}} = T_{\text{А}} + T_{\text{П}}$$

$$T_{\text{А}} = t$$

Численно:

$$T_{\text{Р}} = 626{,}4 + 125 \cdot 7{,}5 = 1563{,}9 \text{ с} = \ 26 \text{ мин}.$$

2. Ускорение космонавту сообщает сила реакции опоры.

3. Бусинка в инерциальной системе отсчета будет двигаться под действием только силы реакции опоры спицы. Следовательно, по 3 закону Ньютона бусинка будет действовать на спицу с силой равной по модулю и противоположной по направлению. То есть в инерциальной системе отсчёта спица будет вращаться медленнее станции, а относительно станции она начнет вращаться в сторону противоположную вращению станции.

Ответ: $T_{\text{Р}} = 1563{,}9$ с.

Критерии

Ситуационная задача

	Верные элементы решения	**Количество баллов**
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20