

РЕШЕНИЯ **Вариант: 11**

Задача 1 (5 баллов). $N = 21$ одинаковых небольших шариков, находящихся на высоте $h = 125$ м от горизонтальной поверхности, отпускают без начальной скорости с интервалом $\Delta t = 0,2$ с. Все шарики движутся вдоль одной прямой, столкновения шариков друг с другом и с поверхностью – абсолютно упругие. Определите время, через которое последний шарик, после того, как он начал падать, вновь окажется в точке падения. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ. $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} - (N - 1) \cdot \Delta t = 6$ с.

Решение.

Полное время падения первого шарика до столкновения с поверхностью $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5$ с. Последний шарик начнет падение спустя время $t_0 = (N - 1) \cdot \Delta t = 4$ с после

начала движения первого шарика. При упругих столкновениях одинаковые шарики обмениваются скоростями. Поэтому можно представить их движение так, будто они проходят друг через друга, не сталкиваясь. Таким образом, последний шарик окажется снова в исходной точке, через такое же время, через которое первый оказался бы в этой же точке, если бы прошел, не сталкиваясь, сквозь все шарики на его пути. До поверхности первый шарик летит время $t_1 = T - t_0 = 1$ с, и оставшееся расстояние вверх за время $T = 5$ с. Полное время движения последнего шарика, как и первого, без препятствий, равно $t = t_1 + T = 6$ с.

Критерии оценивания задачи 1.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Записаны формулы кинематики, необходимые для решения задачи	+1 балла
2	Есть понимание, что при упругом столкновении одинаковые шарики обмениваются скоростями	+1 балла
3	Проведены правильные рассуждения и проделаны алгебраические преобразования, необходимые для решения задачи	+2 балла
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 2 (5 баллов). Одна из микрочастиц космического мусора после столкновений с другими подобными объектами оказалась на расстоянии от центра Земли, равном одной третьей радиуса геостационарной орбиты Земли. При этом скорость данной микрочастицы относительно неподвижных далеких звезд равна нулю. Под действием земного тяготения микрочастица начинает двигаться по прямой, направленной к центру Земли. За какое время эта микрочастица пройдет первый километр своего пути? Геостационарная орбита – круговая орбита, на которой спутник «висит» все время над одной и той же точкой Земли. Принять радиус Земли $R_3 = 6400$ км, ускорение свободного падения на поверхности Земли $g_0 = 9,8$ м/с².

Ответ. $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 31,5$ с, где $a = g_0 \frac{9R_3^2}{r_{zc}^2} = 2,015$ м/с², $r_{zc} = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_3^2 T^2}{4\pi^2}} = 423,4 \cdot 10^5$ м.

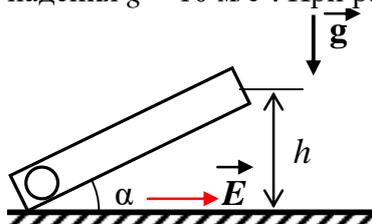
1) Найдем радиус геостационарной орбиты r_{zc} . $G \frac{mM}{r^2} = m\omega^2 r$, где m – масса спутника, M – масса Земли, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость движения спутника по орбите, $T = 24$ часа
 $= 864 \cdot 10^2$ с. $\Rightarrow r_{zc} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_3^2 T^2}{4\pi^2}} = 423,4 \cdot 10^5$ м, g_0 – ускорение свободного падения на поверхности Земли. Микрочастица находится на расстоянии $r = \frac{1}{3} r_{zc}$ от центра Земли.

2) Т.к. расстояние, пройденное микрочастицей $s = 1$ км $\ll r$, то движение микрочастицы на этом отрезке можно считать равноускоренным с ускорением $a = \frac{GM}{r^2} = g_0 \frac{9R_3^2}{r_{zc}^2} = 2,015$ м/с². Тогда $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 31,5$ с.

Критерии оценивания задачи 2.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Получено выражение для движения спутника по геостационарной орбите	+2 балла
2	Записана формула для ускорения свободного падения вблизи Земли или на расстоянии r от Земли	+1 балл
3	Получено выражение для времени t	+1 балл
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 3 (8 баллов). Для защиты проектной работы, школьник смастерил макет устройства, которое он назвал «электрической пушкой». «Электрическая пушка» представляет собой тонкую трубку с цилиндрическим отверстием внутри, в котором может двигаться заряженный шарик (см. рисунок). «Электрическая пушка» закреплена на горизонтальной поверхности, шарик находится в нижней точке трубки. После включения источника постоянного электрического поля, шарик начинает двигаться внутри трубки и затем вылетает из нее. Пусть высота, на которой находится шарик перед вылетом из трубки, равна h , угол наклона трубки к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Помогите школьнику рассчитать напряженность электрического поля, при которой, шарик, после вылета из трубки, достигнет максимальной высоты $2h$ от горизонтальной поверхности. Электрическое поле однородное и действует как внутри трубки, так и снаружи, вектор напряженности \vec{E} направлен горизонтально. Отношение массы шарика к заряду $m/q = 3,5 \cdot 10^{-3}$ кг/Кл. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². При расчетах трением и сопротивлением воздуха пренебречь.



Ответ. $E = \frac{m}{q} \cdot g \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{m}{q} \cdot g = 0,1$ В/м.

РЕШЕНИЯ **Вариант: 11**

Решение.

1) Скорость шарика v на выходе из пушки можно найти двумя способами.

I способ (энергетический). $Fl \cos \alpha - mgh = \frac{mv^2}{2}$, где $l = \frac{h}{\sin \alpha}$. $\Rightarrow v^2 = \frac{2}{m}(F \operatorname{ctg} \alpha - mg)h$,
где $F = qE > mg \operatorname{tg} \alpha$.

II способ (динамический). $a = \frac{F \cos \alpha - mg \sin \alpha}{m}$, $v^2 = 2al = \frac{2}{m}(F \operatorname{ctg} \alpha - mg)h$.

2) Для расчета максимальной высоты полета, необходима только вертикальная составляющая скорости, поэтому можно записать $h_{\max} = 2h - h = h = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

3) Подставляя в эту формулу выражение для v^2 , получим $F = \frac{mg(1 + \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}$. Подставляя сюда $\alpha = 30^\circ$, убедимся что $F = \frac{5mg}{\sqrt{3}} > mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{mg}{\sqrt{3}}$. Т.е шарик вылетит из трубки.

4) Получим выражение для напряженности E и рассчитаем ее значение.

$$E = \frac{m}{q} \cdot g \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{m}{q} \cdot g = 0,1 \text{ В/м.}$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Записана формула для силы, действующей на заряд	+1 балл
2	Получено выражение для скорости на выходе из трубки (или для v^2)	+2 балла
3	Записана формула для максимальной высоты подъема	+1 балла
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+3 балла
5	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 4 (8 баллов). В вертикальном цилиндрическом сосуде под поршнем находятся в состоянии равновесия $m = 100$ г воды и некоторое количество азота при температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$. Поршень расположен на высоте $h_1 = 5$ см от основания сосуда. При этой температуре количество водяных паров в сосуде пренебрежимо мало, по сравнению с количеством азота. Содержимое сосуда нагревают до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$. В результате поршень поднимается, и, после установления равновесия в этой системе, занимает новое положение на высоте $h_2 = 1$ м. Чему равна масса поршня? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, площадь сечения поршня $S = 0,07$ м². Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Ответ. $M = \frac{p_0 S T_2 h_1}{g(h_2 T_1 - h_1 T_2)} = 50$ кг.

Решение.

1) Давление в сосуде в начальном состоянии (при температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$) создается только азотом, т.к. в этом состоянии давлением водяных паров можно пренебречь. Найдем это давление, пользуясь равновесием поршня: $p_{\text{аз1}} = p_0 + \frac{Mg}{S}$.

РЕШЕНИЯ Вариант: 11

2) Если в конечном состоянии при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ($T_2 = 373 \text{ K}$) водяной пар остается насыщенным, то его давление равно $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Посчитаем массу пара в сосуде.

$$m_n = \frac{p_0 S h_2 \mu}{RT_2} = 0,04 \text{ кг, что меньше чем заданная масса воды под поршнем. Значит, под поршнем имеется вода в жидком состоянии и в виде насыщенного пара. Тогда условие равновесия поршня имеет вид: } (p_{a32} + p_0)S = p_0S + Mg, \Rightarrow p_{a32} = \frac{Mg}{S}.$$

3) Запишем уравнение Клапейрона для азота. $\frac{p_{a31}V_1}{T_1} = \frac{p_{a32}V_2}{T_2}$, где $n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{h_2}{h_1} = 20$.

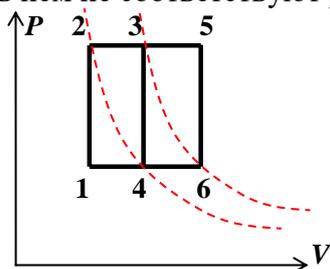
4) Подставляя в эту формулу выражения для давления азота в начальном и конечном состояниях, получим выражение для массы поршня. $M = \frac{p_0 S}{g \left(\frac{h_2 T_1}{h_1 T_2} - 1 \right)} = 50 \text{ кг.}$

Высотой столба жидкости (воды) можно пренебречь, в начальном состоянии эта высота равна $h_6 = \frac{m}{\rho_6 S} = 0,14 \text{ см} \ll h_1$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Установлено что давление насыщ. пара при 100°C равно p_0	+1 балл
2	Записано условие равновесия поршня в начальном состоянии и найдено давление азота	+1 балл
3	Проверено, что в конечном состоянии пар – насыщенный	+1 балл
4	Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии и найдено давление азота	+1 балл
5	Записано уравнение Клапейрона для азота (или уравнения состояния азота)	+1 балла
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+2 балла
7	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 5 (12 баллов). Гелий совершает круговой процесс 1-2-3-4-1, а такое же количество (в молях) водорода участвует в круговом процессе 3-5-6-4-3 (оба процесса изображены на рисунке в координатах p - V , где p – давление, а V – объем газов). Состояния 2 и 4 лежат на одной изотерме, также как и состояния 3 и 6 (эти изотермы показаны на рисунке). Известно, что работа, совершенная за цикл водородом в $n = 2$ раза больше, чем работа за один цикл, совершенная гелием. Чему равны температуры в состояниях 2, 3 и 5, если температура в состоянии 1 известна и равна $T_1 = 200 \text{ K}$. Рисунок условный, и пропорции отрезков в нем не соответствуют реальным значениям величин.



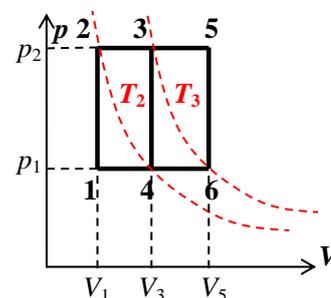
Ответ. $T_2 = nT_1 = 2T_1 = 400 \text{ K}$, $T_3 = n^2T_1 = 4T_1 = 800 \text{ K}$, $T_5 = n^3T_1 = 8T_1 = 1600 \text{ K}$.

РЕШЕНИЯ Вариант: 11

Решение.

1) Обозначим давления и объемы газа в состояниях 1 – 6, так как на рисунке, а температуры в состояниях $i = 1 - 6$, как T_i , при этом $T_4 = T_2$, $T_6 = T_3$. Для изохорных процессов 1-2 и 3-4 запишем уравнения:

$$\begin{cases} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \\ \frac{p_1}{T_2} = \frac{p_2}{T_3}. \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2}{T_3}, \Rightarrow T_2^2 = T_1 T_3.$$



Аналогично, записывая уравнения для процессов 4-3 и 5-6, получим $T_3^2 = T_2 T_5$. Пусть $T_5 = kT_1$, тогда $T_2 = k^{1/3}T_1$, $T_3 = k^{2/3}T_1$.

2) Получим формулу для работы гелия в процессе 1-2-3-4-1, воспользовавшись уравнениями состояний 1-4 и записанными выше соотношениями между температурами.

$A_{12341} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \nu R(T_3 - 2T_2 + T_1) = \nu RT_1 (k^{1/3} - 1)^2$, где ν – количество гелия (водорода). Аналогично, получим формулу для работы водорода в процессе 3-5-6-4-3.

$$A_{35643} = (p_2 - p_1)(V_5 - V_3) = \nu R(T_5 - 2T_3 + T_2) = \nu RT_1 (k^{1/3} - 1)^2 k^{1/3}.$$

3) Тогда $\frac{A_{35643}}{A_{12341}} = k^{1/3} = n$, $\Rightarrow k = n^3 = 8$. Таким образом, $T_2 = k^{1/3}T_1 = nT_1 = 2T_1 = 400$ К,

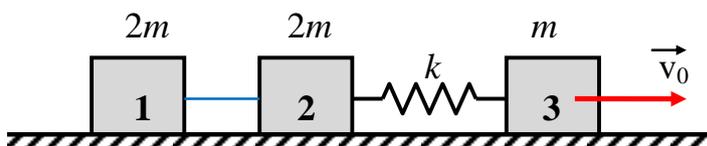
$$T_3 = k^{2/3}T_1 = n^2T_1 = 4T_1 = 800$$
 К, $T_5 = kT_1 = n^3T_1 = 8T_1 = 1600$ К.

Критерии оценивания задачи 5.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Используются уравнение состояния идеального газа или (и) газовые законы	+1 балл
2	Записана формула для работы за цикл	+1 балл
3	Получены формулы, связывающие температуры в состояниях 1,2,3, и в состояниях 3,4,5	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
4	Получены выражения для работы в процессах 12341 и 35643	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
5	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	2 балла
6	Получены формулы для расчета температур в состояниях 2, 3 и 5	+3 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
7	Сделаны подстановки числовых значений и получены правильные ответы	+1 балл

РЕШЕНИЯ Вариант: 11

Задача 6 (12 баллов). На гладкой горизонтальной поверхности находятся три небольших тела. Тело 2 массой $2m$ соединено невесомой нерастяжимой нитью с телом 1 такой же массы $2m$, а с противоположной стороны невесомой пружиной жесткости k – с телом 3 массы m (см. рисунок). Вначале система неподвижна, при этом пружина не деформирована, а нить не натянута, но практически не провисает. Затем телу 3 толчком сообщают скорость v_0 вдоль прямой, соединяющей все три тела в направлении от среднего тела 2. В результате толчка нить натягивается, и система приходит в движение. Чему равны скорости всех тел сразу после того, как нить снова перестанет быть натянутой?



Ответ. $v_1 = v_2 = v = \frac{2}{5}v_0$, $v_3 = u = -\frac{3}{5}v_0$.

Решение.

Пока нить натянута тела 1 и 2, соединенные нитью, движутся как одно целое. Когда их скорость станет максимальной (или минимальной) их ускорение примет нулевое значение, что означает, что нить перестает быть натянутой, а пружина деформированной. Обозначим скоростей тел 1 и 2 в этот момент времени $v_1 = v_2 = v$, а скорость тела 3 в этот же момент $v_3 = u$ и запишем законы сохранения импульса и энергии.

$$\begin{cases} 2mv + 2mv + mu = mv_0, \\ 2 \cdot \frac{2mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{2}{5}v_0, \\ u = -\frac{3}{5}v_0. \end{cases}$$

Это означает, что тело 3 имеет скорость, направленную противоположно \vec{v}_0 .

Критерии оценивания задачи 6.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Из решения понятно, что когда нить снова перестанет быть натянутой, тела 1 и 2 имеют одинаковую скорость	+1 балла
2	Из решения понятно, что когда нить перестает быть натянутой, то и пружина также не деформирована	+2 балла
3	Записаны уравнения законов сохранения энергии и импульса в обоих случаях	+4 баллов (по 2 балла за каждое уравнение)
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+4 баллов
5	Получен правильный ответ	+1 балл

РЕШЕНИЯ **Вариант: 12**

Задача 1 (5 баллов). $N = 11$ одинаковых небольших шариков, находящихся на высоте h от горизонтальной поверхности, отпускают без начальной скорости с интервалом $\Delta t = 0,1$ с. Все шарики движутся вдоль одной прямой, столкновения шариков друг с другом и с поверхностью – абсолютно упругие. Последний шарик спустя время $t = 5$ с от начала своего падения, вновь оказался, в точке падения. Определите высоту h . Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ. $h = \frac{g(t + (N-1) \cdot \Delta t)^2}{8} = 45 \text{ м.}$

Решение.

Полное время падения первого шарика до столкновения с поверхностью можно найти по формуле $T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ с. Последний шарик начнет падение спустя время $t_0 = (N-1) \cdot \Delta t = 1$ с после начала движения первого шарика. При упругих столкновениях одинаковые шарики обмениваются скоростями. Поэтому можно представить их движение так, будто они проходят друг через друга, не сталкиваясь. Таким образом, последний шарик окажется снова в исходной точке, через такое же время, через которое первый оказался бы в этой же точке, если бы прошел, не сталкиваясь, сквозь все шарики на его пути. До поверхности первый шарик летит время $t_1 = T - t_0$ с, и оставшееся расстояние вверх за время T с. Тогда полное время движения последнего шарика, как и первого, без препятствий, равно $t = t_1 + T = 2T - t_0 = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} - t_0, \Rightarrow h = \frac{g(t + t_0)^2}{8} = 45 \text{ м.}$

Критерии оценивания задачи 1.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Записаны формулы кинематики, необходимые для решения задачи	+1 балла
2	Есть понимание, что при упругом столкновении одинаковые шарики обмениваются скоростями	+1 балла
3	Проведены правильные рассуждения и проделаны алгебраические преобразования, необходимые для решения задачи	+2 балла
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 2 (5 баллов). Одна из микрочастиц космического мусора после столкновений с другими подобными объектами оказалась на расстоянии от центра Земли, равном половине радиуса геостационарной орбиты Земли. При этом скорость данной микрочастицы относительно неподвижных далеких звезд равна нулю. Под действием земного тяготения микрочастица начинает двигаться по прямой, направленной к центру Земли. Какое расстояние пройдет эта микрочастица за первую минуту своего движения? Геостационарная орбита – круговая орбита, на которой спутник «висит» все время над одной и той же точкой Земли. Принять радиус Земли $R_3 = 6400$ км, ускорение свободного падения на поверхности Земли $g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ. $s = \frac{at^2}{2} = 1,6$ км, где $a = g_0 \frac{4R_3^2}{r_{zc}^2} = 0,90 \text{ м/с}^2$, $r_{zc} = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_3^2 T^2}{4\pi^2}} = 423,4 \cdot 10^5 \text{ м.}$

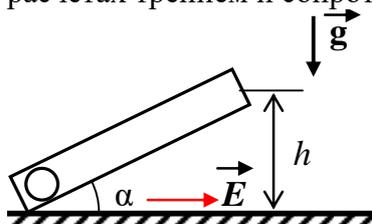
1) Найдем радиус геостационарной орбиты r_{zc} . $G \frac{mM}{r^2} = m\omega^2 r$, где m – масса спутника, M – масса Земли, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость движения спутника по орбите, $T = 24$ часа
 $= 864 \cdot 10^2$ с. $\Rightarrow r_{zc} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_3^2 T^2}{4\pi^2}} = 423,4 \cdot 10^5$ м, g_0 – ускорение свободного падения на поверхности Земли. Микрочастица находится на расстоянии $r = \frac{1}{2} r_{zc}$ от центра Земли.

2) Будем считать, что за первую минуту микрочастица пройдет расстояние много меньшее r . Тогда движение микрочастицы на этом отрезке можно считать равноускоренным с ускорением $a = \frac{GM}{r^2} = g_0 \frac{4R_3^2}{r_{zc}^2} = 0,90$ м/с². Тогда $s = \frac{at^2}{2} = 1,6$ км $\ll r$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Элементы решения	Баллы (макс. 5 баллов)
1	Получено выражение для движения спутника по геостационарной орбите	+2 балла
2	Записана формула для ускорения свободного падения вблизи Земли или на расстоянии r от Земли	+1 балл
3	Получено выражение для расстояния s	+1 балл
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 3 (8 баллов). Для защиты проектной работы, школьник смастерил макет устройства, которое он назвал «электрической пушкой». «Электрическая пушка» представляет собой тонкую трубку с цилиндрическим отверстием внутри, в котором может двигаться заряженный шарик (см. рисунок). «Электрическая пушка» закреплена на горизонтальной поверхности, шарик находится в нижней точке трубки. После включения источника постоянного электрического поля, шарик начинает двигаться внутри трубки и затем вылетает из нее. Пусть высота, на которой находится шарик перед вылетом из трубки, равна h , угол наклона трубки к горизонту $\alpha = 60^\circ$. Нужно рассчитать отношение массы шарика к его заряду m/q , при котором, шарик, после вылета из трубки, достигнет максимальной высоты $3h$ от горизонтальной поверхности. Электрическое поле однородное и действует как внутри трубки, так и снаружи, вектор напряженности \vec{E} направлен горизонтально. Значение напряженности равно $E = 0,6$ В/м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². При расчетах трением и сопротивлением воздуха пренебречь.



Ответ. $\frac{m}{q} = \frac{E \sin \alpha \cos \alpha}{g(2 + \sin^2 \alpha)} = \frac{E\sqrt{3}}{11g} = 9,5 \cdot 10^{-3}$ кг/Кл.

РЕШЕНИЯ **Вариант: 12**

Решение.

1) Скорость шарика v на выходе из пушки можно найти двумя способами.

I способ (энергетический). $Fl \cos \alpha - mgh = \frac{mv^2}{2}$, где $l = \frac{h}{\sin \alpha}$. $\Rightarrow v^2 = \frac{2}{m}(F \operatorname{ctg} \alpha - mg)h$,
где $F = qE > mg \operatorname{tg} \alpha$.

II способ (динамический). $a = \frac{F \cos \alpha - mg \sin \alpha}{m}$, $v^2 = 2al = \frac{2}{m}(F \operatorname{ctg} \alpha - mg)h$.

2) Для расчета максимальной высоты полета, необходима только вертикальная составляющая скорости, поэтому можно записать $h_{\max} = 3h - h = 2h = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

3) Подставляя в эту формулу выражение для v^2 , получим $F = \frac{mg(2 + \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}$. Подставляя сюда $\alpha = 60^\circ$, убедимся что $F = \frac{11mg}{\sqrt{3}} > mg \operatorname{tg} \alpha = mg\sqrt{3}$. Т.е шарик вылетит из трубки.

4) Получим выражение для m/q и рассчитаем его значение.

$$\frac{m}{q} = \frac{E \sin \alpha \cos \alpha}{g(2 + \sin^2 \alpha)} = \frac{E\sqrt{3}}{11g} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/Кл.}$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Записана формула для силы, действующей на заряд	+1 балл
2	Получено выражение для скорости на выходе из трубки (или для v^2)	+2 балла
3	Записана формула для максимальной высоты подъема	+1 балла
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+3 балла
5	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 4 (8 баллов). В вертикальном цилиндрическом сосуде под поршнем массой $M = 20$ кг и площади сечения $S = 0,01 \text{ м}^2$ находятся в состоянии равновесия $m = 20$ г воды и некоторое количество гелия при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$. Поршень расположен на высоте $h_1 = 10$ см от основания сосуда. При этой температуре количество водяных паров в сосуде пренебрежимо мало, по сравнению с количеством гелия. Содержимое сосуда нагревают до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$. В результате поршень поднимается, и, после установления равновесия в этой системе, занимает новое положение. Чему равна высота h_2 , на которую поднялся поршень?. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Ответ. $h_2 = h_1 \frac{(p_0 S + Mg)T_2}{MgT_1} = 0,79 \text{ м.}$

Решение.

1) Давление в сосуде в начальном состоянии (при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$) создается только гелием, т.к. в этом состоянии давлением водяных паров можно пренебречь.

Найдем это давление, пользуясь равновесием поршня: $p_{c1} = p_0 + \frac{Mg}{S}$.

РЕШЕНИЯ Вариант: 12

2) Предположим, что в конечном состоянии при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ($T_2 = 373\text{ K}$) водяной пар остается насыщенным, тогда его давление равно $p_0 = 10^5\text{ Па}$. Условие равновесия поршня при этом имеет вид: $(p_{22} + p_0)S = p_0S + Mg$, $\Rightarrow p_{22} = \frac{Mg}{S}$.

3) Запишем уравнение Клапейрона для гелия. $\frac{p_{21}V_1}{T_1} = \frac{p_{22}V_2}{T_2}$, при этом $\frac{V_2}{V_1} = \frac{h_2}{h_1}$.

4) Подставляя в эту формулу выражения для давления гелия в начальном и конечном состояниях, получим. $h_2 = h_1 \frac{(p_0S + Mg)T_2}{MgT_1} = 0,79\text{ м}$.

5) Посчитаем массу пара в сосуде при температуре $T_2 = 373\text{ К}$. $m_n = \frac{p_0Sh_2\mu}{RT_2} = 4,6\text{ г}$,

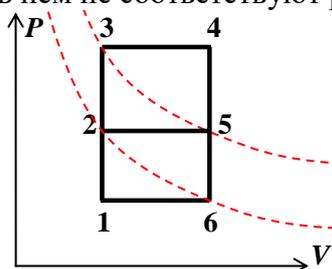
что меньше чем заданная масса воды под поршнем. Значит, под поршнем имеется вода в жидком состоянии и в виде насыщенного пара. И наше предположение верно.

Высотой столба жидкости (воды) можно пренебречь, в начальном состоянии эта высота равна $h_g = \frac{m}{\rho_g S} = 2\text{ мм} \ll h_1$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Установлено что давление насыщ. пара при 100°C равно p_0	+1 балл
2	Записано условие равновесия поршня в начальном состоянии и найдено давление гелия	+1 балл
3	Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии и найдено давление гелия	+1 балл
4	Записано уравнение Клапейрона для гелия (или уравнения состояния азота)	+1 балл
5	Проверено, что в конечном состоянии пар – насыщенный	+1 балла
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+2 балла
7	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	+1 балл

Задача 5 (12 баллов). Некоторое количество кислорода совершает сначала один цикл кругового процесса 1-2-5-6-1, а затем один цикл процесса 1-3-4-6-1 (оба процесса изображены на рисунке в координатах p - V , где p – давление, а V – объем газов). Состояния 2 и 6 лежат на одной изотерме, также как и состояния 3 и 5 (эти изотермы показаны на рисунке). Известно, что работа, совершенная за цикл 1-3-4-6-1 в $n = 2,5$ раза больше, чем работа, совершенная за цикл 1-2-5-6-1. Чему равны температуры в состояниях 2, 3 и 4, если температура в состоянии 1 известна и равна $T_1 = 300\text{ К}$. Рисунок условный, и пропорции отрезков в нем не соответствуют реальным значениям величин.

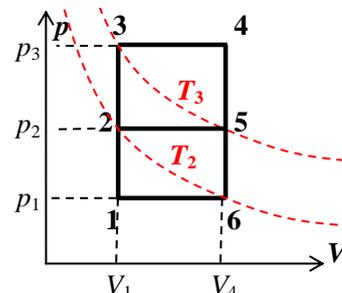


Ответ. $T_2 = (n-1)T_1 = 450$ К, $T_3 = (n-1)^2 T_1 = 675$ К, $T_4 = (n-1)^3 T_1 = 1012,5$ К.

Решение.

1) Обозначим давления и объемы газа в состояниях 1 – 6, так как на рисунке, а температуры в состояниях $i = 1 - 6$, как T_i , при этом $T_6 = T_2$, $T_5 = T_3$. Для изохорных процессов 1-2 и 6-5 запишем уравнения:

$$\begin{cases} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \\ \frac{p_1}{T_2} = \frac{p_2}{T_3}. \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2}{T_3}, \Rightarrow T_2^2 = T_1 T_3.$$



Аналогично, записывая уравнения для процессов 2-3 и 5-4, получим $T_3^2 = T_2 T_4$.

Пусть $T_4 = kT_1$, тогда $T_2 = k^{1/3} T_1$, $T_3 = k^{2/3} T_1$.

2) Получим формулу для работы газа в процессе 1-2-5-6-1, воспользовавшись уравнениями состояний 1,2,5 и 6 и записанными выше соотношениями между температурами.

$$A_{12561} = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1) = \nu R(T_3 - 2T_2 + T_1) = \nu R T_1 (k^{1/3} - 1)^2, \text{ где } \nu - \text{ количество кислорода.}$$

Аналогично, получим формулу для работы кислорода в процессе 1-3-4-6-1.

$$A_{13461} = (p_3 - p_1)(V_4 - V_1) = \nu R(T_4 - T_2 - T_3 + T_1) = \nu R T_1 (k^{1/3} - 1)(k^{2/3} - 1).$$

3) Тогда $\frac{A_{13461}}{A_{12561}} = k^{1/3} + 1 = n$, $\Rightarrow k = (n-1)^3 = 1,5^3$. Таким образом,

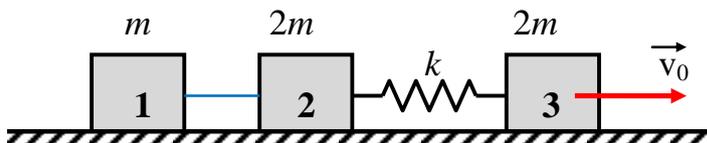
$$T_2 = k^{1/3} T_1 = (n-1)T_1 = 450 \text{ К, } T_3 = k^{2/3} T_1 = (n-1)^2 T_1 = 675 \text{ К, } T_4 = k T_1 = (n-1)^3 T_1 = 1012,5 \text{ К.}$$

Критерии оценивания задачи 5.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Используются уравнение состояния идеального газа или (и) газовые законы	+1 балл
2	Записана формула для работы за цикл	+1 балл
3	Получены формулы, связывающие температуры в состояниях 1,2,5, и в состояниях 2,3,4	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
4	Получены выражения для работы в процессах 12561 и 13461	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
5	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	2 балла
6	Получены формулы для расчета температур в состояниях 2, 3 и 5	+3 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
7	Сделаны подстановки числовых значений и получены правильные ответы	+1 балл

РЕШЕНИЯ **Вариант: 12**

Задача 6 (12 баллов). На гладкой горизонтальной поверхности находятся три небольших тела. Тело 2 массой $2m$ соединено невесомой нерастяжимой нитью с телом 1 массы m , а с противоположной стороны невесомой пружины жесткости k – с телом 3 массы $2m$ (см. рисунок). Вначале система неподвижна, при этом пружина не деформирована, а нить не натянута, но практически не провисает. Затем телу 3 толчком сообщают скорость v_0 вдоль прямой, соединяющей все три тела в направлении от среднего тела 2. В результате толчка нить натягивается, и система приходит в движение. Чему равны скорости всех тел сразу после того, как нить снова перестанет быть натянутой?



Ответ. $v_1 = v_2 = v = \frac{4}{5}v_0$, $v_3 = u = -\frac{1}{5}v_0$.

Решение.

Пока нить натянута тела 1 и 2, соединенные нитью, движутся как одно целое. Когда их скорость станет максимальной (или минимальной) их ускорение примет нулевое значение, что означает, что нить перестает быть натянутой, а пружина деформированной. Обозначим скоростей тел 1 и 2 в этот момент времени $v_1 = v_2 = v$, а скорость тела 3 в этот же момент $v_3 = u$ и запишем законы сохранения импульса и энергии.

$$\begin{cases} 2mv + mv + 2mu = 2mv_0, \\ \frac{3mv^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} = \frac{2mv_0^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{4}{5}v_0, \\ u = -\frac{1}{5}v_0. \end{cases}$$

Это означает, что тело 3 имеет скорость, направленную противоположно \vec{v}_0 .

Критерии оценивания задачи 6.

	Элементы решения	Баллы (макс. 12 баллов)
1	Из решения понятно, что когда нить снова перестанет быть натянутой, тела 1 и 2 имеют одинаковую скорость	+1 балла
2	Из решения понятно, что когда нить перестает быть натянутой, то и пружина также не деформирована	+2 балла
3	Записаны уравнения законов сохранения энергии и импульса в обоих случаях	+4 баллов (по 2 балла за каждое уравнение)
4	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+4 баллов
5	Получен правильный ответ	+1 балл



Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Инженерное дело (академический тур)

Предмет: Физика

Класс: 10

Задание 1 (максимальная оценка 5 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записаны формулы кинематики, необходимые для решения задачи	1
Есть понимание, что при упругом столкновении одинаковые шарики обмениваются скоростями	1
Проведены правильные рассуждения и проделаны алгебраические преобразования, необходимые для решения задачи	2
Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	1

Задание 2 (максимальная оценка 5 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Получено выражение для движения спутника по геостационарной орбите	2
Записана формула для ускорения свободного падения вблизи Земли или на расстоянии g от Земли	1
Получено выражение для времени t (вар.11) или расстояния s (вар.12)	1
Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	1

Задание 3 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Записана формула для силы, действующей на заряд	1
Получено выражение для скорости на выходе из трубки (или для v^2)	2
Записана формула для максимальной высоты подъема	1
Проделаны необходимые алгебраические преобразования	3
Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	1

Задание 4 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Установлено что давление насыщ. пара при 100°C равно p_0	1
Записано условие равновесия поршня в начальном состоянии и найдено давление газа	1
Проверено, что в конечном состоянии пар – насыщенный	1
Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии и найдено давление газа	1
Записано уравнение Клапейрона для газа (или уравнения состояния газа)	1
Проделаны необходимые алгебраические преобразования	2
Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ	1

Задание 5 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Используются уравнение состояния идеального газа или (и) газовые законы	1
Записана формула для работы за цикл	1
Вар.11: Получены формулы, связывающие температуры в состояниях 1,2,3, и в состояниях 3,4,5 (по 1 баллу за каждую формулу). Вар.12: Получены формулы, связывающие температуры в состояниях 1,2,5, и в состояниях 2,3,4 (по 1 баллу за каждую формулу)	2
Вар.11: Получены выражения для работы в процессах 12341 и 35643 (по 1 баллу за каждую формулу). Вар.12: Получены выражения для работы в процессах 12561 и 13461 (по 1 баллу за каждую формулу).	2
Проделаны необходимые алгебраические преобразования	2
Получены формулы для расчета температур в состояниях 2, 3 и 5 (по 1 баллу за каждую формулу)	3
Сделаны подстановки числовых значений и получены правильные ответы	1

Задание 6 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Из решения понятно, что когда нить снова перестанет быть натянутой, тела 1 и 2 имеют одинаковую скорость	1
Из решения понятно, что когда нить перестает быть натянутой, то и пружина также не деформирована	2
Записаны уравнения законов сохранения энергии и импульса в обоих случаях (по 2 балла за каждое уравнение)	4
Прделаны необходимые алгебраические преобразования	4
Получен правильный ответ	1