



9 класс. Вариант 1.

1 Задача (6 баллов)

Экспериментатор решил проверить, могут ли две пули сплавиться, если встретятся в полете. Для этого он сталкивал пули под разными углами. В одном из экспериментов пули летели перпендикулярно друг другу. Одна из пуль была в полтора раза тяжелее другой, при этом скорость более тяжелой в момент удара была в два раза меньше скорости легкой и равнялась 250 м/с. После опыта экспериментатор установил, что в этом случае пули все-таки сплывались. Определите, с какой скоростью они двигались после удара?

Решение:

Запишем закон сохранения импульса и, так как скорости направлены перпендикулярно, то воспользуемся теоремой Пифагора:

$$4m^2v^2 + (1,5)^2m^2v^2 = (2,5)^2m^2u^2$$

Решим уравнение и получим:

$$u = v = 250 \text{ м/с.}$$

Ответ: 250 м/с.

Критерии:

Верно записан закон сохранения импульса	4 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2 балла
ИТОГО	6 баллов

2 Задача (6 баллов)

Вокруг экзопланеты вращается спутник по некоторой орбите. Радиус экзопланеты 5000 км. Определите радиус спутника, если ускорение свободного падения на поверхности планеты в 10 раз больше, чем на поверхности спутника, а средняя плотность спутника в 2 раза больше, чем средняя плотность экзопланеты. Экзопланету и спутник считать идеально круглыми. Объем шара находится по формуле: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Решение:

Запишем закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

По второму закону Ньютона:

$$ma = G \frac{mM}{R^2}, \text{ где } a - \text{ ускорение свободного падения на поверхности.}$$

Выразим массу через плотность и радиус и подставим в формулу:

$$a = G \frac{4\rho \cdot \pi \cdot R^3}{3R^2}.$$

Следовательно, выразим радиус спутника и планеты, и составим систему уравнений:

$$R_c = \frac{3a_c}{4G\rho_c\pi}$$

$$R_{\pi} = \frac{3a_{\pi}}{4G\rho_{\pi}\pi}$$

Подставим данные из условия и найдем радиус спутника:

$$R_c = \frac{3 \cdot a_{\pi}}{10 \cdot 4 \cdot G \cdot 2\rho_{\pi}\pi} = \frac{1}{20} \frac{3a_{\pi}}{4G\rho_{\pi}\pi} = \frac{R_{\pi}}{20} = 250 \text{ км}$$

Ответ: 250 км.

Критерии:

Правильно записан закон всемирного тяготения	1 балл
--	--------

Получена формула ускорения свободного падения	2 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3 балла
ИТОГО	6 баллов

3 Задача (8 баллов)

У любого тела существует так называемая предельная (установившаяся) скорость падения. Это максимальная скорость, которую может набрать тело при падении, учитывая сопротивление воздуха. У парашютиста с раскрытым парашютом такая скорость равна 10 м/с, а без парашюта 60 м/с. Предположим, что парашютист выпрыгивает из корзины висящего неподвижно воздушного шара в безветренную погоду. Допустим, что он будет двигаться равноускоренно с ускорением 6 м/с² до достижения предельной скорости. Как только он ее достигает, то раскрывает парашют и начинает тормозить до достижения предельной скорости с парашютом с постоянным ускорением 10 м/с². Определите, на какой высоте находился воздушный шар, если весь спуск занял у парашютиста 6 минут.

Решение:

Разобьем движение на участки и найдем общее расстояние:

$$1) \quad x_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} \quad (x_1 - \text{расстояние, которое парашютист пролетел без парашюта})$$

$$v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{60}{6} = 10 \text{ с.}$$

$$x_1 = \frac{6 \cdot 100}{2} = 300 \text{ м.}$$

$$2) \quad x_2 = v_1 t_2 - \frac{a_2 t_2^2}{2} \quad (x_2 - \text{расстояние, которое парашютист тормозил})$$

$$v_2 = v_1 - a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a_1} = \frac{50}{10} = 5 \text{ с.}$$

$$x_2 = 10 \cdot 5 - \frac{10 \cdot 25}{2} = 175 \text{ м.}$$

$$3) \quad x_3 = v_2 t_3$$

$$t_3 = T - t_2 - t_1 = 6 \cdot 60 - 5 - 10 = 345$$

$$x_3 = 10 \cdot 345 = 3450 \text{ м.}$$

Сложим расстояния и найдем высоту:

$$H = x_1 + x_2 + x_3 = 3450 + 175 + 300 = 3925 \text{ м}$$

Ответ: 3925 метров.

Критерии:

Верно записаны законы равноускоренного движения	3 балла
Верно записан закон равномерного движения	2 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3 балла
ИТОГО	8 баллов

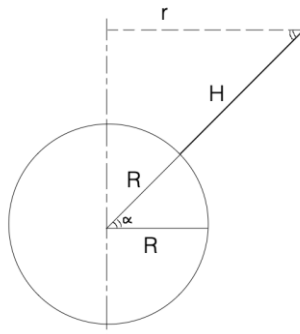
4 Задача (8 баллов)

В далекой звездной системе сутки на некоторой планете в четыре раза меньше земных суток. Радиус этой планеты равен 6000 километров. Ее обитатели достигли небывалого технического прогресса и могут строить сколь угодно высокие здания из очень твердых недеформируемых материалов. Определите, какой высоты самое высокое здание на этой планете, находящееся на

широте в 45 градусов. Известно, что кончик шпиля здания движается со скоростью, которая составляет $\frac{\pi \cdot \sqrt{2}}{10^6}$ долей скорости света относительно оси вращения планеты. Скорость света принять за $300 \cdot 10^6$ м/с.

Решение:

Определим радиус вращения кончика шпиля. Для этого нарисуем схему:



Как видно из рисунка, радиус вращения кончика шпиля находится по формуле:

$$r = (R + H)\cos(\alpha)$$

Также мы знаем период его вращения вокруг своей оси. Выразим скорость через него:

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

Подставим радиус вращения и найдем высоту здания:

$$H = \frac{VT}{2\pi\cos(\alpha)} - R = \frac{300 \cdot \pi \cdot \sqrt{2} \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0,25 \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2}} - 6000000 = 480000 \text{ метров}$$

Ответ: 480 километров.

Критерии:

Есть верный рисунок к задаче	1 балл
Правильно найден радиус вращения верхней точки шпиля башни	4 балла
Записана формула периода обращения	1 балл
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2 балла
ИТОГО	8 баллов

5 Задача (10 баллов)

При работах на северном полюсе полярники используют прибор, основной схемой которого являются три одинаковых резистора, подключенные параллельно. Каждый резистор - это нарезанная прямая алюминиевая проволока диаметром 2,5 мм. Один из резисторов всю ночь пробыл на улице и стал покрыт тонким слоем льда так, что толщина льда составила 0,5 мм. После чего прибор собрали в подсобном помещении и, когда он достиг температуры помещения, его включили. Температура всей схемы при включении составила 0 градусов цельсия. По цепи пропускают ток в 45 А. Определите, за какое время лед на резисторе растает, если плотность льда $0,9 \text{ г/см}^3$, его удельная теплота плавления 340 кДж/кг , а удельное сопротивление алюминия $2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Лед является диэлектриком. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение:

Определим ток, текущий по резистору во льду.

$$I = \frac{I_0}{3} = 15 \text{ А.}$$

Определим массу льда. Для этого определим его объем:

Так как толщина стенок 0,5 мм, то диаметр провода вместе со льдом станет 3,5 мм. Тогда:

$$V = l \cdot S = l(S_0 - S_n) = \frac{l\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$m_{\text{л}} = \frac{l\pi}{4}(D^2 - d^2)\rho_{\text{л}}$$

Все тепло, выделяемое проводником пойдет на плавление льда. Тогда:

$$\lambda m_{\text{л}} = I^2 R t, \text{ где } R = \rho_{\text{уд}} \frac{l}{S} = \rho_{\text{уд}} \frac{4l}{\pi d^2}$$

$$t = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{I^2 R} = \frac{\lambda(D^2 - d^2)\rho_{\text{л}} d^2 \pi^2}{16 I^2 \rho_{\text{уд}}} = \frac{0,34 \cdot (3,5^2 - 2,5^2) 900 \cdot 2,5^2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,14^2}{16 \cdot 15^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8}} \approx 18,7 \text{ мин.}$$

Ответ: 19 минут.

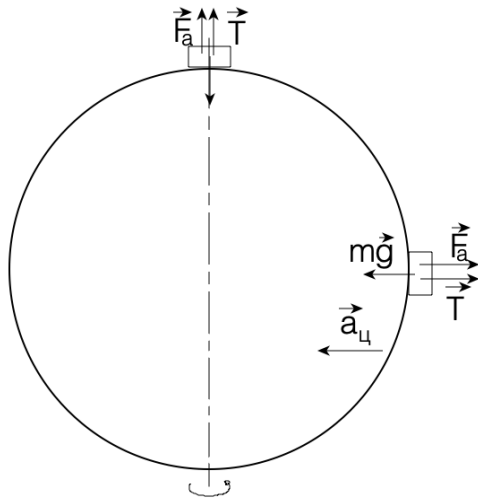
Критерии:

Найдена сила тока, протекающего через один резистор	1 балл
Правильно найден объем льда	2 балла
Верно записано уравнение теплового баланса	4 балла
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3 балла
ИТОГО	10 баллов

6 Задача (12 баллов)

При подъеме пробы грунта с глубины 4500 метров в Тихом океане ровно на экваторе группа исследователей затрачивает 10 кг дизеля. Сколько топлива они потратят, если будут поднимать такую же пробу со дна Арктики с той же глубины на северном полюсе? На подъем груза на экваторе тратится 20% всей энергии, выделяемой топливом. На полюсе из-за низкой температуры КПД топлива уменьшается до 10%, а из-за намерзшего на цепь льда каждый метр цепи увеличивает свой вес на 1 кг. Объемами проб, цепи и намерзшего льда, а также изменением расстояния от центра планеты пренебречь. Удельная теплота сгорания дизеля 43,5 МДж/кг. Радиус земли принять постоянным и равным 6400 км. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Ускорение свободного падения на поверхности Земли принять постоянным и равным 10 м/с².

Решение:



Запишем второй закон Ньютона для тел в проекции на вертикальную ось (относительно поверхности земли), силами Архимеда можно пренебречь:

Для тела на полюсе: $T - mg = 0$

Для тела на экваторе: $ma = mg - T$, где центростремительное ускорение связано с суточным вращением земли вокруг своей оси. Запишем его:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Запишем работу для подъема груза и цепи:

$A = TH$, где T - переменная сила натяжения цепи. Тогда:

На полюсе: $A = \left(\frac{m_{\text{ц}}}{2} + m_{\text{г}}\right)Hg + \frac{m_{\text{л}}Hg}{2}$, где $m_{\text{л}} = 1 \cdot 4500$ кг.

На экваторе: $A = \left(\frac{m_{\text{ц}}}{2} + m_{\text{г}}\right)H(g - a)$

Запишем формулу КПД теплового двигателя:

$$\eta = \frac{A}{Q}$$

На полюсе: $\eta_{\text{п}} q m_{\text{п}} = \left(\frac{m_{\text{ц}}}{2} + m_{\text{г}}\right)Hg + \frac{m_{\text{л}}Hg}{2}$

На экваторе: $\eta_{\text{э}} q m_{\text{э}} = \left(\frac{m_{\text{ц}}}{2} + m_{\text{г}}\right)H(g - a)$

Выразим неизвестную скобку и подставим в уравнение на полюсе:

$$\left(\frac{m_{\text{ц}}}{2} + m_{\text{г}}\right) = \frac{\eta_{\text{э}} q m_{\text{э}}}{H(g - a)}$$

$$\eta_{\text{п}} q m_{\text{п}} = \frac{\eta_{\text{э}} q m_{\text{э}}}{H(g - a)} Hg + \frac{m_{\text{л}}Hg}{2}$$

$$m_{\text{п}} = \frac{\eta_{\text{э}} m_{\text{э}} g}{\eta_{\text{п}} (g - a)} + \frac{m_{\text{л}} H g}{2 \eta_{\text{п}} q} = \frac{\eta_{\text{э}} m_{\text{э}} g}{\eta_{\text{п}} \left(10 - \frac{4\pi^2 R}{T^2}\right)} + \frac{m_{\text{л}} H g}{2 \eta_{\text{п}} q} = 20,068 + 23,276 = 43,34 \text{ кг.}$$

Ответ: 43,34 кг.

Критерии:

Если задача решается без учета вращения Земли вокруг собственной оси и при этом получается ответ 43,276 кг, то за задачу ставится 8 баллов	
Учтено вращение Земли вокруг собственной оси	2 балла
Найдена масса налипшего льда	1 балл
Правильно найдена работа по подъему груза и цепи в двух случаях	6 баллов
Верно записана формула КПД	1 балл

Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2 балла
ИТОГО	12 баллов

Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Инженерное дело (академический тур)

Предмет: Физика

Класс: 9

Задание 1 (максимальная оценка 6 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Верно записан закон сохранения импульса	4
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2

Задание 2 (максимальная оценка 6 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Правильно записан закон всемирного тяготения	1
Получена формула ускорения свободного падения	2
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3

Задание 3 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Верно записаны законы равноускоренного движения	3
Верно записан закон равномерного движения	2
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3

Задание 4 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Есть верный рисунок к задаче	1
Правильно найден радиус вращения верхней точки шпиля башни	4
Записана формула периода обращения	1
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2

Задание 5 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Найдена сила тока, протекающего через один резистор	1
Правильно найден объем льда	2
Верно записано уравнение теплового баланса	4
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	3

Задание 6 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (указать балл по каждому критерию)	Макс. балл
Учтено вращение Земли вокруг собственной оси	2
Найдена масса налипшего льда	1
Правильно найдена работа по подъему груза и цепи в двух случаях	6
Верно записана формула КПД	1
Приведены необходимые математические преобразования и получен верный численный ответ	2
Если задача решается без учета вращения Земли вокруг собственной оси и при этом получается ответ 43,276 кг, то за задачу ставится 8 баллов	0