

10-11 классы

Вариант 1.

Задача 1. (6 баллов) На дистанции $s = 3$ км одновременно стартуют два спортсмена. Спортсмен №1 пробегает первую половину дистанции со средней скоростью $v_1 = 4$ м/с, а вторую половину дистанции со средней скоростью $v_2 = 6$ м/с. Спортсмен №2 за первую половину времени, затраченного на преодоление всей дистанции, имеет среднюю скорость $u_1 = 6$ м/с, а за вторую половину времени среднюю скорость $u_2 = 4$ м/с. Какое расстояние придется еще пробежать отстающему спортсмену до конца дистанции, когда победитель достигнет финиша? Ответ дайте в метрах, округлив его до целых.

Ответ. 150.

Решение. $t_{\text{№1}} = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = 625$ с, $t_{\text{№2}} = \frac{2s}{u_1 + u_2} = 600$ с. Спортсмен №2 финиширует раньше на $\Delta t = t_{\text{№1}} - t_{\text{№2}} = 25$ с. Значит, спортсмену №1 придется пробежать еще $\Delta s = v_2 \Delta t = 150$ м.

Задача 2. (6 баллов) Два груза массами m_1 и m_2 связаны невесомой нерастяжимой нитью и находятся на горизонтальной поверхности. Коэффициенты трения между каждым грузом и поверхностью одинаковы. Если к грузу массой m_1 приложить горизонтально направленную силу F_1 (см. первый рисунок), то нить разорвется, когда $F_1 \geq 10$ Н. Если же горизонтально направленную силу F_2 приложить к грузу массой m_2 (см. второй рисунок), то нить разорвется, когда $F_2 \geq 2,5$ Н. Чему равно отношение масс грузов m_1/m_2 ? Ответ округлите до десятых.



Ответ. 4,0

Решение. Запишем уравнения динамики для каждого груза в первом случае.

$$\begin{cases} F_1 - T_1 - \mu m_1 g = m_1 a_1, \\ T_1 - \mu m_2 g = m_2 a_1. \end{cases} \Rightarrow T_1 = \frac{m_2 F_1}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично запишем уравнения динамики для второго случая.

$$\begin{cases} F_2 - T_2 - \mu m_2 g = m_2 a_2, \\ T_2 - \mu m_1 g = m_1 a_2. \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{m_1 F_2}{m_1 + m_2}.$$

$$\text{Нить разрывается когда } T_1 = T_2 = T_{\text{max}}. \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{10}{2,5} = 4,0.$$

Задача 3. (6 баллов) Тело бросают вертикально вверх с поверхности Земли. Спустя время $t_1 = 0,5$ с, тело достигает половины максимальной высоты. При этом за интервал времени $[0, t_1]$ модуль изменения импульса тела равен $|\Delta \vec{p}| = 2$ кг·м/с. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Чему масса тела? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в килограммах (кг), округлив его до десятых.

Ответ. 0,4.

Решение. В процессе свободного вертикального движения тела на него действует только сила тяжести $m\vec{g}$. Тогда, пользуясь законом изменения импульса тела, $mg t_1 = |\Delta \vec{p}|$, по-

$$\text{лучим } m = \frac{|\Delta \vec{p}|}{g t_1} = 0,4 \text{ кг.}$$

Задача 4. (10 баллов) Маленький шарик падает с высоты $h = 500$ м без начальной скорости на горизонтальную плоскость и отскакивает от нее. При каждом ударе о плоскость шарик теряет 19% своей энергии. Какое максимальное время двигался шарик? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в секундах (с), округлив его до целых.

Ответ. 190

Решение. Обозначим t_0 – время падения шарика до первого удара о плоскость. Тогда

$$h = \frac{g t_0^2}{2}, \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 10 \text{ с.}$$

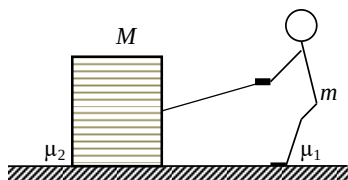
После первого удара шарик поднимется на высоту h_1 , которую найдем из закона сохранения энергии: $mgh_1 = \eta mgh$, $\Rightarrow h_1 = \eta h = \eta \frac{g t_0^2}{2}$, где $\eta = 1 - 0,19 = 0,81$ – доля энергии, которую имеет шарик после удара о плоскость. В результате время подъема на высоту h_1 равно $t_1 = \sqrt{\eta} \cdot t_0$. Аналогично после второго удара шарик поднимется на высоту $h_2 = \eta h_1 = \eta^2 \frac{g t_0^2}{2}$, и время его подъема на эту высоту $t_2 = (\sqrt{\eta})^2 t_0$. При этом после n -го удара $t_n = (\sqrt{\eta})^n t_0$. Полное время движения шарика равно

$$t = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \dots + 2t_n + \dots = -t_0 + 2 \left[t_0 + t_0 \sqrt{\eta} + t_0 (\sqrt{\eta})^2 + \dots + t_0 (\sqrt{\eta})^n \right] + \dots$$

Выражение в квадратных скобках представляет сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Тогда

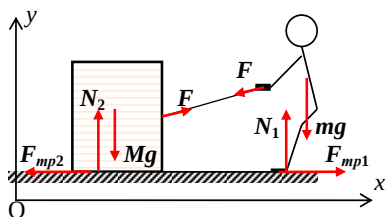
$$t_{\max} = -t_0 + \frac{2t_0}{1 - \sqrt{\eta}} = t_0 \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}} = \frac{10 \cdot 1,9}{0,1} = 190 \text{ с.}$$

Задача 5. (10 баллов) С какой минимальной силой юноша массой $m = 51$ кг должен тянуть за веревку, привязанную к ящику массой $M = 129$ кг, чтобы сдвинуть его с места (см. рисунок)? Ящик при этом не переворачивается, а юноша не движется. Коэффициенты трения между ногами юноши и поверхностью $\mu_1 = 0,2$, а между ящиком и поверхностью $\mu_2 = 0,1$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Веревка невесомая, нерастяжимая и прочная. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его до целых.



Ответ. 150

Решение. Очевидный ответ $F = \mu_2 Mg = 129$ Н не подходит, т.к. в этом случае оказывается, что $F > F_{\text{тр. max}} = \mu_1 mg = 102$ Н, что означает, что юноша будет двигаться. Значит, веревка должна быть направлена не горизонтально, а под углом к горизонту (см. рис.).



Запишем уравнения динамики для юноши и для ящика, считая, что силы трения F_{mp1} и F_{mp2} принимают уже максимальные значения, однако и ящик и юноша еще не движутся.

$$\begin{cases} |F_x| = F_{\text{тр}1} = \mu_1 N_1, \\ N_1 - |F_y| - mg = 0, \\ |F_x| = F_{\text{тр}2} = \mu_2 N_2, \\ N_2 + |F_y| - Mg = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |F_x| = \mu_1 (|F_y| + mg), \\ |F_x| = \mu_2 (Mg - |F_y|). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |F_x| = \frac{\mu_1 \mu_2 (M + m)g}{\mu_1 + \mu_2} = 120 \text{ Н}, \\ |F_y| = \frac{(\mu_2 M + \mu_1 m)g}{\mu_1 + \mu_2} = 90 \text{ Н}. \end{cases}$$

Получены формулы и числовые значения модулей проекций $|F_x|$ и $|F_y|$ минимальной силы F , при которой юноша может сдвинуть ящик, при этом сам, оставаясь неподвижным.

Тогда $F = \sqrt{|F_x|^2 + |F_y|^2} = 150$ Н.

Задача 6. (10 баллов) Снегоход разгоняется на прямой заснеженной трассе из состояния покоя. При разгоне мощность мотора снегохода растет в зависимости от времени t по закону $N = \alpha t$, где $\alpha = 0,7$ кВт/с. Масса снегохода с сидящим на нем человеком $m = 350$ кг. Коэффициент трения о снег $\mu = 0,1$. Какую скорость приобретает снегоход через $t = 15$ с после начала движения? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Ответ. 15

Решение. Снегоход движется с постоянным ускорением a , т.к. при равноускоренном движении, когда $F = \text{const}$, а $v = at$ мощность $N(t) = Fv \propto t$. Работа силы тяги равна площади

под графиком $N(t)$: $A_{\text{тяги}} = \frac{\alpha t^2}{2}$. Запишем закон изменения энергии:

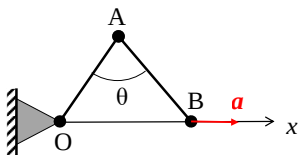
$$A_{\text{тяги}} + A_{\text{трения}} = \Delta E_k \Rightarrow \frac{\alpha t^2}{2} - \mu mgs = \frac{mv^2}{2}, \text{ где } s = \frac{at^2}{2}, v = at.$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha t^2}{2} - \mu mg \cdot \frac{at^2}{2} = \frac{m(at)^2}{2} \Rightarrow ma^2 + \mu mga - \alpha = 0.$$

Физическим является только положительный корень квадратного уравнения.

$$a = \frac{-\mu mg + \sqrt{\mu^2 m^2 g^2 + 4\alpha m}}{2m} = 1 \text{ м/с}^2. \Rightarrow v = at = 15 \text{ м/с}.$$

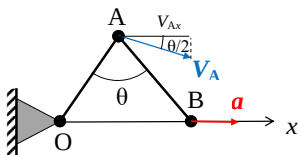
Задача 7. (17 баллов) К концам двух одинаковых тонких стержней длиной $L = 30$ см каждый, прикрепили небольшие шарниры О, А и В, при этом шарнир А соединяет оба стержня (см. рисунок). Шарнир О закреплён, а шарнир В двигают вдоль оси Ох с постоянным ускорением $a = 1,8 \text{ м/с}^2$. В начальный момент шарниры О и В совпадают, начальная скорость шарнира В равна нулю. В процессе движения стержни остаются всегда в одной плоскости. Чему равна скорость шарнира А, в момент, когда стержни ОА и АВ образуют угол $\theta = 60^\circ$? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до десятых.



Ответ. 0,6

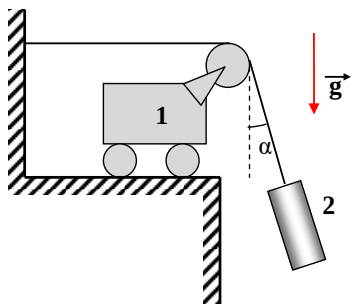
Решение. Скорость шарнира В равна $V_B = \sqrt{2a \cdot OB} = 2\sqrt{aL \sin \frac{\theta}{2}}$. Скорость шарнира А

$\vec{V}_A \perp OA$ (см. рис.). Проекция вектора $\vec{V}_A$ на ось Ох равна $V_{Ax} = \frac{V_B}{2} = \sqrt{aL \sin \frac{\theta}{2}}$.



$$\text{Тогда } V_A = \frac{V_{Ax}}{\cos \frac{\theta}{2}} = \frac{\sqrt{aL \sin \frac{\theta}{2}}}{\cos \frac{\theta}{2}} = 0,6 \text{ м/с}.$$

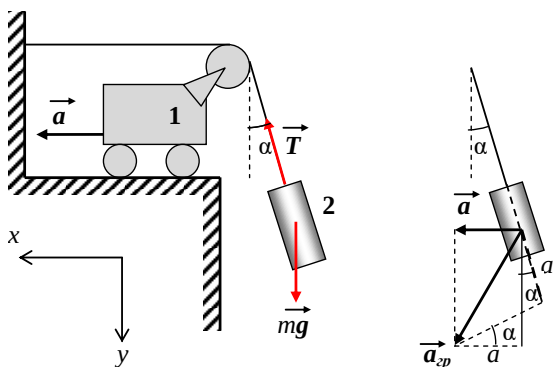
Задача 8. (18 баллов) В механической конструкции, изображенной на рисунке, тележка 1 с прикрепленным к ней блоком может скользить без трения по горизонтальной поверхности неподвижного стола. В начальный момент тележка 1 и груз 2 неподвижны. Затем груз 2 отклоняют от вертикали на угол $\alpha = \arcsin(1/8)$ и отпускают. С каким ускорением относительно стола движется груз 2, если угол α , образуемый нитью с вертикалью, не меняется в процессе движения? Значения масс тележки и груза не известны. Нить невесома и нерастяжима. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в м/с^2 , округлив его до десятых.



Ответ. 1,7

Решение. ИСО связана со столом. Обозначим m массу груза 2, ускорение тележки $\vec{a}$, ускорение груза $\vec{a}_{zp}$. Запишем второй закон Ньютона для груза (см. рис.): $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{zp}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x: T \sin \alpha = m a_{zp,x}, \\ y: mg - T \cos \alpha = m a_{zp,y}. \end{cases}$$



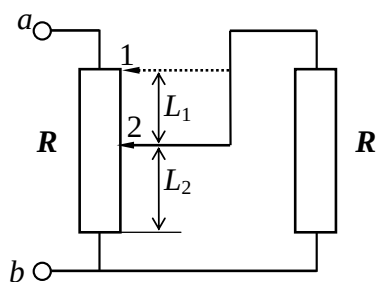
Т.к. угол наклона нити не меняется в процессе движения, то проекция ускорения груза на ось x равна $a_{zp,x} = a$. В силу нерастяжимости нити проекция ускорения груза на направление нити также равна a . Тогда $a_{zp,y} = a \tan \alpha + \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{a(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$ (см. рис).

Подставляя $a_{zp,x}$ и $a_{zp,y}$ в записанную выше систему, получим формулу для ускорения a .

$$\Rightarrow a = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin \alpha}.$$

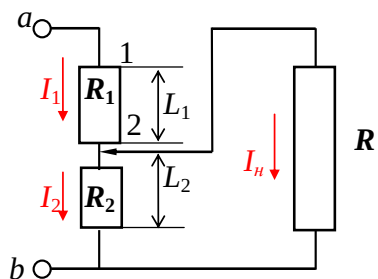
Тогда ускорение груза $a_{zp} = \sqrt{a_{zp,x}^2 + a_{zp,y}^2} = \frac{g \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \sqrt{2(1 + \sin \alpha)} = \frac{g}{6} = 1,7 \text{ м/с}^2$.

Задача 9. (17 баллов) Для регулирования напряжения на нагрузке собирают схему, изображенную на рисунке. Сопротивление нагрузки и максимальное сопротивление реостата одинаковы и равны R . Вначале на клеммы ab схемы подается напряжение U , при этом движок реостата находится в положении 1. Затем на клеммы ab подают напряжение $2U$, а движок реостата смещают в положение 2 так, чтобы напряжение на нагрузке осталось прежним. Определите, каким будет при этом отношение длин L_2/L_1 , на которые делит движок обмотку реостата. Сопротивлением источника и проводов, соединяющих элементы цепи, пренебечь. Ответ округлите до десятых.



Ответ. 1,6

Решение. Первоначально, когда движок реостата в положении 1, напряжение на нагрузке R равно U . Обозначим R_1 и R_2 сопротивления верхней и нижней частей реостата, после того, как движок реостата сместили в положение 2 (см. рисунок). В этом положении токи через верхнюю и нижнюю части реостата I_1 и I_2 соответственно, а ток через нагрузки I_n .



Пусть $R_2 = xR$, $R_1 = (1-x)R$, тогда полное сопротивление цепи равно

$$R_{\text{полн.}} = R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R} = \frac{(1+x-x^2)R}{x+1}.$$

Ток в верхней части реостата равен $I_1 = \frac{2U}{R_{\text{полн.}}}$. Напряжение на нагрузке равно

$$U_{\text{нагр.}} = I_1 \frac{R_2 R}{R_2 + R} = U \Rightarrow \frac{2U(x+1)}{(1+x-x^2)R} \cdot \frac{xR^2}{(x+1)R} = U \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0.$$

Положительный корень квадратного уравнения равен $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Искомое отношение $\frac{L_2}{L_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{x}{1-x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,62$.

10-11 классы

Вариант 2.

Задача 1. (6 баллов) Колесо подняли на высоту $H = 500$ м, раскрутили до угловой скорости $\omega = 15,7$ рад/с и затем отпустили без толчка. Сколько оборотов сделает колесо за время падения? Считать, что радиус колеса $R \ll H$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ округлите до целых.

Ответ. 25.

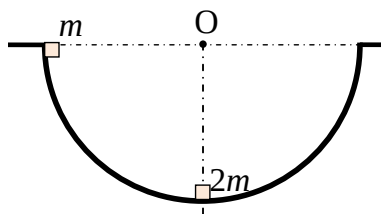
Решение. Время падения колеса $t = NT = N \cdot \frac{2\pi}{\omega}$. Т.к. $H = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow N = \frac{\omega}{\pi} \sqrt{\frac{H}{2g}} = 25$.

Задача 2. (6 баллов) В одном из фантастических рассказов описывалась планета, имеющая, такой же радиус $R = 6400$ км, как и Земля. Однако, в отличие от Земли, ускорение свободного падения на полюсе этой планеты было равно $g = 2,5$ м/с², а на экваторе все тела вообще оказывались невесомыми. За какое время эта планета совершает один полный оборот вокруг собственной оси? Ответ дайте в минутах (мин), округлив его до целых.

Ответ. 168

Решение. Для тела, находящегося на экваторе: $mg - N = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$. Т.к. $N = 0$, по условию, то $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 10053$ с = 167,55 мин.

Задача 3. (6 баллов) На краю полусферической выемки диаметром $D = 90$ см удерживается маленький кубик (см. рисунок). Кубик отпускают без начальной скорости. В нижней точке выемки кубик сталкивается с другим таким же по размеру, но вдвое большей массы кубиком, и прилипает к нему. На какую максимальную высоту относительно точки столкновения поднимутся эти кубики? Трением пренебречь. Ответ дайте в сантиметрах (см), округлив его до целых.



Ответ. 5

Решение. Из закона сохранения энергии найдем скорость шарика в нижней точке.

$mgR = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gR}$, где R – радиус выемки. При столкновении $mv + 0 = 3mu$. Тогда

скорость кубиков после столкновения $u = \frac{v}{3} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$. И еще раз запишем закон сохранения

энергии. $\frac{3mu^2}{2} = 3mgh \Rightarrow h = \frac{u^2}{2g} = \frac{R}{9} = \frac{D}{18} = 5 \text{ см.}$

Задача 4. (10 баллов) Девочка с мячом в руках находилась на вершине горки, наклоненной под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту. Девочка уронила мяч (начальная скорость мяча равна нулю), и он ударился о поверхность горки, отскочил от нее, затем снова ударился, и т.д. Все удары мяча по поверхности горки абсолютно упругие. Время между вторым и третьим ударами мяча равно $t = 1 \text{ с.}$ С какой высоты упал мяч? Высоту считать от точки броска до точки удара о горку. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дайте в сантиметрах (см), округлив его до целых.

Ответ. 125

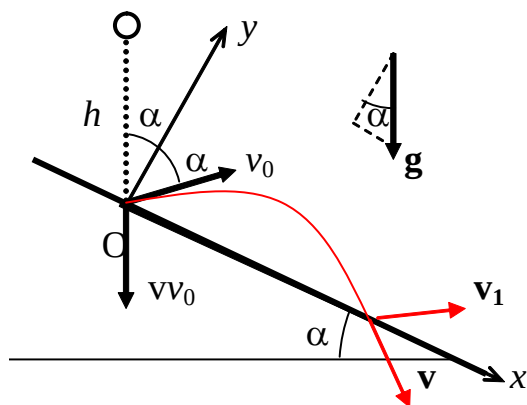
Решение. Скорость мяча в момент первого удара о поверхность $v_0 = \sqrt{2gh}$. Выберем ось Ох вдоль наклонной поверхности горки, а ось Оу перпендикулярно ей. Уравнение движения мяча после удара о горку (см. рис.): $y(t) = v_0 t \cos \alpha - g \cos \alpha \cdot \frac{t^2}{2}$. В момент падения

мяча на наклонную плоскость $y(t_1) = 0$. Тогда $v_0 t_1 \cos \alpha - g \cos \alpha \cdot \frac{t_1^2}{2} = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{g}$

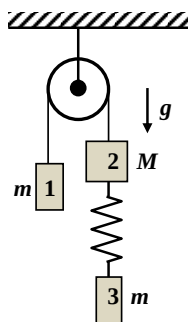
– время между первым и вторым ударами. В момент удара проекция скорости мяча на ось у равна $v_y(t_1) = v_0 \cos \alpha - g \cos \alpha \cdot t_1 = -v_0 \cos \alpha$. При упругом ударе $v_{1y} = -v_y(t_1) = v_0 \cos \alpha$, где v_{1y} – проекция на ось у скорости мяча $\vec{v}_1$ после второго удара. Время движения мяча между вторым и третьим ударами зависит только от у-й компоненты скорости $\vec{v}_1$, которая не меняется в процессе столкновений. Это означает, что

время между вторым и третьим ударами мяча $t = t_1 = \frac{2v_0}{g}$ и не зависит от α .

$$\Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gt^2}{8} = 1,25 \text{ м} = 125 \text{ см.}$$



Задача 5. (10 баллов) Механическая конструкция состоит из неподвижного блока, на который с помощью невесомой и нерастяжимой нити и пружины подвешены три груза, как показано на рисунке. Грузы 1 и 3 имеют одинаковую массу m , масса M груза 2 может отличаться от массы m . Вначале груз 2 движется с ускорением $a = 2,5 \text{ м/с}^2$, при этом длина пружины остается неизменной. Внезапно нить, соединяющая грузы 1 и 2, обрывается. Каким станет ускорение груза 2 сразу после обрыва нити? Массой пружины пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в м/с^2 , округлив его до десятых.



Ответ. 21,3

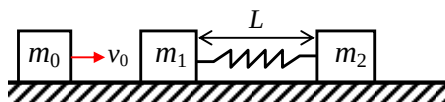
Решение. Обозначим силу натяжения нити T , силу упругости пружины $F_{\text{упр}}$, а ускорение грузов a . Тогда

$$\begin{cases} T - mg = ma, \\ -T + Mg + F_{\text{упр}} = Ma, \\ mg - F_{\text{упр}} = ma. \end{cases} \Rightarrow a = \frac{Mg}{2m + M}, \Rightarrow \frac{2m + M}{M} = \frac{g}{a}, \Rightarrow m = \frac{3}{2}M.$$

Сразу после обрыва нити, соединяющей грузы 1 и 2, на груз 2 будут действовать сила упругости пружины $F_{\text{упр}} = m(g - a) = \frac{3}{2}M(g - a)$ и сила тяжести Mg , направленные вниз.

Тогда ускорение груза 2 равно $a_2 = \frac{F_{\text{упр}} + Mg}{M} = \frac{3}{2}(g - a) + g = 21,25 \text{ м/с}^2$.

Задача 6. (10 баллов) Два бруска массами $m_1 = 0,6 \text{ кг}$ и $m_2 = 1,2 \text{ кг}$, соединенные легкой недеформированной пружиной длины $L = 31 \text{ см}$, покоятся на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Жесткость пружины $k = 250 \text{ Н/м}$. На брусок массой m_1 налетает со скоростью $v_0 = 2 \text{ м/с}$ брусок массой m_0 и упруго сталкивается с ним. После столкновения брусок m_0 отскакивает в противоположную сторону со скоростью $v_1 = 0,5 \text{ м/с}$. Масса m_0 неизвестна. Чему равно максимальное расстояние между брусками m_1 и m_2 в процессе их дальнейшего движения? Ответ дайте в сантиметрах (см), округлив его до целых.



Ответ. 37

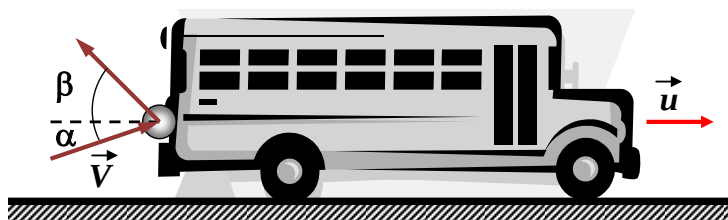
Решение. Рассмотрим сначала упругое столкновение брусков m_0 и m_1 .

$$\begin{cases} m_0 v_0 = m_1 v - m_0 v_1, \\ \frac{m_0 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_0 v_1^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_0 (v_0 + v_1) = m_1 v, \\ m_0 (v_0^2 - v_1^2) = m_1 v^2. \end{cases}$$

Разделим второе уравнение на первое и получим скорость бруска m_1 сразу после столкновения. $v = v_0 - v_1 = 1,5$ м/с. После столкновения система брусков с пружиной начнет колебаться. Запишем законы сохранения импульса и энергии этой системы, для начального момента и момента, когда расстояние между брусками станет максимальным (при этом скорости брусков будут одинаковы и равны u , а максимальная деформация пружины x).

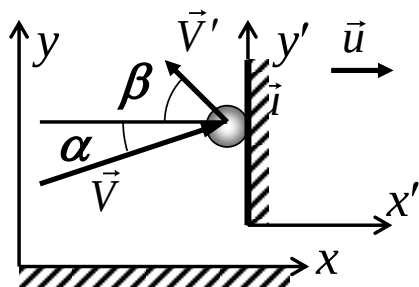
$$\begin{cases} m_1 v = (m_1 + m_2) u, \\ \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + \frac{k x^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow x = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2) k}} = 0,06 \text{ м} = 6 \text{ см}. \quad L_{\max} = L + x = 37 \text{ см}.$$

Задача 7. (17 баллов) Мальчик бросил мяч в заднюю вертикальную стенку отъезжающего автобуса. В момент удара угол, под которым мяч подлетает к стенке, составляет $\alpha = 15^\circ$ с нормалью к стенке, а угол, под которым он отлетает от стенки, $\beta = 45^\circ$ с нормалью (см. рисунок). Скорость мяча в момент удара о стенку $V = 15$ м/с. Чему равна скорость автобуса u в момент удара? Считать время удара очень малым, а сам удар абсолютно упругим. Значения скорости мяча V и углов α и β даны в неподвижной системе отсчета, связанной с землей. Векторы скоростей мяча до и после удара, а также вектор скорости автобуса лежат в вертикальной плоскости. Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до десятых.

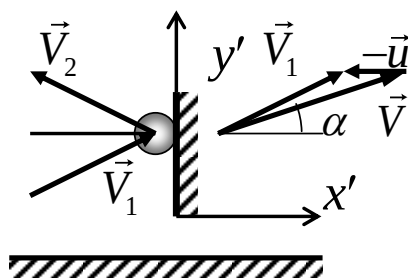


Ответ. 5,3

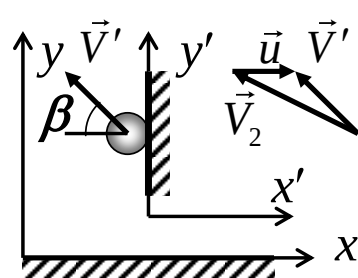
Решение. Рассмотрим движение мяча в двух системах отсчета: в неподвижной системе отсчета (НСО) xu , связанной с землей, и в движущейся системе отсчета (ДСО), связанной с автобусом. Обозначим в НСО скорость автобуса $\vec{u}$, скорость мяча в момент удара $\vec{V}$, а после удара $\vec{V}'$ (рис а).



а) в неподвижной С.О



б) в движущейся С.О



в) в неподвижной С.О

Отборочный (заочный) онлайн-этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету Физика

В ДСО относительная скорость мяча $\vec{V}_1 = \vec{V} - \vec{u}$ (рис. 6).

$$\Rightarrow \begin{cases} x': V_{1x} = V \cos \alpha - u, \\ y': V_{1y} = V \sin \alpha. \end{cases}$$

После упругого отражения от стенки скорость мяча $\vec{V}_2$ сохраняет свой модуль и угол падения равен углу отражения. Тогда

$$\Rightarrow \begin{cases} x': V_{2x} = -V_{1x} = -V \cos \alpha + u, \\ y': V_{2y} = V_{1y} = V \sin \alpha. \end{cases}$$

Перейдем снова в НСО (рис в). $\vec{V}' = \vec{V}_2 + \vec{u}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x: V'_x = V_{2x} + u = -V \cos \alpha + 2u, \\ y: V'_y = V_{2y} = V \sin \alpha. \end{cases}$$

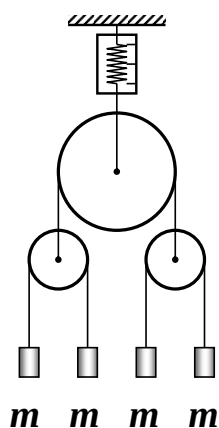
Т.к. мяч отлетает влево под углом β , то $V'_x < 0$ и

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{|V'_y|}{|V'_x|} = \frac{V \sin \alpha}{|-V \cos \alpha + 2u|} = \frac{V \sin \alpha}{V \cos \alpha - 2u},$$

$$\Rightarrow u = \frac{V(\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta - \sin \alpha)}{2 \operatorname{tg} \beta} = \frac{V \sin(\beta - \alpha)}{2 \sin \beta} = \frac{V \sin 30^\circ}{2 \sin 45^\circ} = \frac{V}{2\sqrt{2}} = 5,3 \text{ м/с}.$$

Задача 8. (18 баллов) Механическая конструкция, состоящая из трех блоков и четырех грузов, подвешена к динамометру, как показано на рисунке. Массы грузов равны $m = 22$ г. Блоки невесомы, нити невесомы и нерастяжимы, трение отсутствует. На один из грузов села бабочка, в результате показания динамометра изменились на $\Delta F = 0,08$ Н. Чему равна масса бабочки? Показания динамометра снимают, когда колебания пружины прекращаются. Массой пружины динамометра пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ дайте в граммах (г), округлив его до целых.

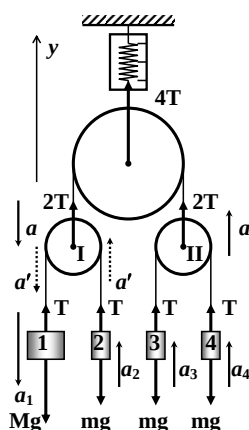
Отборочный (заочный) онлайн-этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету Физика



Ответ. 11

Решение. Так как в начальном положении грузы не движутся, то динамометр показывает общий вес грузов $F_1 = 4mg$.

Рассмотрим теперь систему грузов, изображенную на рисунке. Для удобства, перенумеруем грузы. Пусть массы грузов 2, 3 и 4 равны m , а масса груза 1 – $M = m + m_0$, где m_0 – масса бабочки. Запишем уравнения движения грузов.



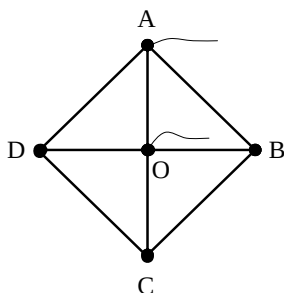
$$\begin{cases} -T + Mg = Ma_1, \\ T - mg = ma_2, \\ T - mg = ma_3, \\ T - mg = ma_4. \end{cases} \Rightarrow a_2 = a_3 = a_4 = a.$$

Блок II (с грузами 3 и 4) поднимается с ускорением a , соответственно блок I (с грузами 1 и 2) опускается с ускорением a . Обозначим a' – ускорение грузов 1 и 2 относительно блока I. Ускорение груза 2 можно записать, как $\vec{a}_2 = \vec{a}' + \vec{a}$. Т.к. $|\vec{a}_2| = a$, то, проецируя это соотношение на ось y , получим $a' = a_2 + a = 2a$. Ускорение груза 1 запишем, как $\vec{a}_1 = \vec{a}' + \vec{a}$. $\Rightarrow a_1 = a' + a = 3a$. Тогда система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} Mg - T = 3Ma, \\ T - mg = ma. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{(M - m)g}{3M + m}, \\ T = \frac{4Mmg}{3M + m}. \end{cases} \Rightarrow F_2 = 4T = \frac{16Mmg}{3M + m}.$$

$$\Rightarrow \Delta F = F_2 - F_1 = \frac{4mg(M - m)}{3M + m} = \frac{4mm_0g}{4m + 3m_0}. \Rightarrow m_0 = \frac{4m\Delta F}{4mg - 3\Delta F} = 0,011 \text{ кг} = 11 \text{ г}.$$

Задача 9. (17 баллов) Проволочный каркас, изображенный на рисунке, имеет форму квадрата ABCD с половинками диагоналей квадрата АО, ВО, СО и ДО. На клеммы А и О полученной электрической цепи подается постоянное напряжение. В результате на участке АО выделяется электрическая мощность $P_{АО} = 10$ Вт. Какая мощность при этом выделяется на участке цепи АВ? Известно, что все участки цепи изготовлены из медной проволоки с одинаковой площадью сечения. Ответ дайте в ваттах (Вт), округлив его до целых.



Ответ. 3

Решение. Обозначим R сопротивления кусочков цепи АО, ВО, СО и ДО, тогда сопротивления сторон AD, AB, BC и DC будут равны $R_1 = R\sqrt{2}$, и перерисуем цепь (см. рис. а).

При этом учтем, что в силу симметрии, потенциалы точек C_1 и C_2 равны, и, если эти точки склеить, то получится исходная цепь. Далее делаем эквивалентные преобразования цепи

(см. рис. б и рис. в), при этом $R_2 = 2R + R_1 = R(2 + \sqrt{2})$, $R_3 = \frac{RR_2}{R + R_2} = \frac{R}{7}(4 + \sqrt{2})$.

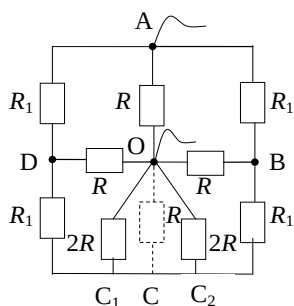


Рис. а

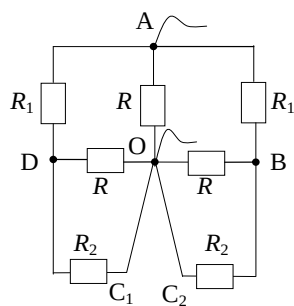


Рис. б

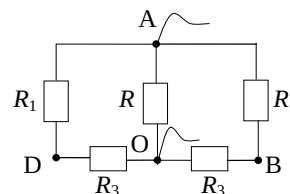


Рис. в

Т.к. на участках АВ и ОВ течет одинаковый ток I , то мощности, выделяющиеся на этих участках, равны соответственно $P_{AB} = I^2 R_1$ и $P_{OB} = I^2 R_3$, $\Rightarrow \frac{P_{AB}}{P_{OB}} = \frac{R_1}{R_3}$. Мощность, выде-

Отборочный (заочный) онлайн-этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету Физика

ляющаяся на участке АО, равна $P_{АО} = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение на клеммах АО. Учитывая,

что $P_{AB} + P_{OB} = \frac{U^2}{R_1 + R_3}$, получим, формулу для мощности, выделяющейся на участке АВ.

$$P_{AB} = \frac{U^2}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} \Rightarrow P_{AB} = P_{АО} \cdot \frac{9\sqrt{2} - 8}{16} = 3 \text{ Вт.}$$

Критерии оценивания заданий отборочного этапа

Максимальная сумма баллов за 9 заданий варианта составляет 100 баллов.

За каждую задачу выставляется либо максимальный балл в случае правильного ответа, либо 0, если ответ отсутствует или неверный.