



Заключительный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль «Инженерное дело»

Специализация «Математика»

Класс участия: 9

Задача 1 (8 баллов). Решите неравенство: $x^2 + 4x\sqrt{x-1} \leq 12(x-1)$.

Задача 2 (10 баллов). На прямой, проходящей через центр O окружности радиуса 12, взяты точки A и B , причём $OA = 15$, $AB = 5$ и A лежит между O и B . Из точек A и B проведены касательные к окружности, точки касания которых лежат по одну сторону от прямой OB . Найдите площадь треугольника ABC , где C — точка пересечения этих касательных.

Задача 3 (10 баллов). Имеется три сплава, в состав которых входят металлы A , B и C . Первый сплав содержит 20% металла A , 30% металла B , 50% металла C . Второй сплав содержит 50% металла A , 20 % металла B , 30% металла C . Третий сплав содержит 30% металла A , 40 % металла B , 30% металла C . Сколько кг каждого сплава нужно взять, чтобы получить 10 кг нового сплава, который содержал бы 25% металла A , а процентное содержание металла B было бы минимально возможным?

Задача 4 (10 баллов). При каких значениях параметра a все решения системы уравнений
$$\begin{cases} ax - 4y = a + 1 \\ -2x + 2ay = -1 \end{cases}$$
 удовлетворяют неравенствам $x > 0$ $y > 0$?

Задача 5 (12 баллов). В остроугольном треугольнике ABC с вершиной в точке B проведена биссектриса BM . Две окружности, вписанные в треугольники ABM и MBC , касаются биссектрисы в точках K и N соответственно. Найдите модуль разности длин проекций сторон AB и BC на основание AC треугольника ABC , если длина отрезка $NK = 0,75$ см, а периметр треугольника ABC в 5 раз больше его основания.