



Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Инженерное дело»

Специализация: «Математика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 1

Задача 1.

При каком значении параметра a наибольшее значение на $[0; 1]$ функции $y = |-2x^2 + x + a|$ является наименьшим.

Ответ: 0,4375.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Два тела движутся по окружности в одном направлении и встречаются каждые 3 минуты. Если эти тела начнут двигаться в противоположных направлениях с этими же скоростями, то будут встречаться каждые 36 секунд. За сколько секунд проходит окружность тело, имеющее меньшую скорость?

Ответ: 90.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 3.

Угол, образованный биссектрисами внешних углов при вершинах В и С треугольника ABC, равен 80° . Найдите угол BAC.

Ответ: 20.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Решите уравнение $x^3 - 13x^2 + 39x + m = 0$, зная, что оно имеет три различных корня и его корни образуют возрастающую геометрическую прогрессию. В ответе укажите сумму значения m и всех трёх его корней.

Ответ: -14

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 5.

Раствор кислоты содержит воды на 8 граммов меньше, чем кислоты. Если в этот раствор добавить концентрированную кислоту, которая составит $\frac{5}{7}$ от изначальной массы кислоты в растворе, то новый раствор содержал бы 80% концентрированной кислоты. Найдите начальную концентрацию кислоты в растворе. Ответ дайте в процентах.

Ответ: 70.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



Задача 6.

Изобразите на плоскости в декартовой системе координат множество

точек $(x; y)$, удовлетворяющих системе условий
$$\begin{cases} |x + 2y| < |2x + 3y| \\ x^2 - 2x + 4 + y^2 - 2y \leq 6 \end{cases}.$$

Определите количество и найдите координаты всех точек с целочисленными координатами (обоими), принадлежащих множеству-ответу. В ответе укажите сумму всех абсцисс найденных точек, умноженную на их количество.

Ответ: 130.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 7.

Правильный треугольник вписан в окружность радиуса $R = \frac{2}{\sqrt{2}+1}$. Точка P , отличная от вершин треугольника, расположена на окружности. Найти сумму расстояний от точки P до двух ближайших вершин вписанного треугольника, если известно, что хорда, соединяющая эту точку с третьей вершиной треугольника, образует угол $\alpha = 22,5^\circ$ с диаметром, проведенным из третьей вершины.

Ответ: 2.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



Задача 8.

При каких значениях параметра a множество решений неравенства $x^2 - x(a^2 + a + 1) + a^3 + a^2 \leq 0$ содержит ровно четыре целых значения x ? В ответе укажите число, вычисляемое по следующему правилу: 1) находится сумма квадратов всех чисел, находящихся на концах полученных отрезков, интервалов и полуинтервалов; 2) к полученному результату прибавляется столько единиц, сколько квадратных скобок содержит полученное множество значений параметра.

Ответ: 24.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14

Задача 9.

Для некоторого простого числа p рассматривается числовая последовательность $x_1; x_2; x_3; \dots$, где x_n равно остатку от деления p^{n+2} на 24. Найти разность $x_{2024} - x_{2018}$.

Ответ: 0.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14



Отборочный этап Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

Профиль: «Инженерное дело»

Специализация: «Математика»

Класс участия: 10

Вариант задания: 2

Задача 1.

При каком значении параметра a наибольшее значение на $[0; 1]$ функции $y = |-5x^2 + 4x + a|$ является наименьшим.

Ответ: 0,1.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 2.

Два тела движутся по окружности в противоположных направлениях и встречаются каждые 24с. Если они начнут двигаться в одном направлении с теми же скоростями, то более быстрое тело будет догонять более медленное каждые 2мин 48с. На сколько секунд одно из тел проходит окружность быстрее, чем другое?

Ответ: 14.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 3.

В треугольнике ABC на стороне BC отмечены точки N и M так, что $BN:NM:MC=1:2:4$. На стороне AC отмечена точка P так, что $AP:PC=3:2$. Отрезки AN и BP пересекаются в точке K , а отрезки AM и BP — в точке T . Найдите площадь треугольника AKT , если площадь треугольника ABC равна 1035.

Ответ: 210.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9

Задача 4.

Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, каждое из которых при делении на 5 даёт остаток, равный 2.

Ответ: 981

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	9



Задача 5.

Из колбы, до краёв наполненной раствором кислоты, отлили одну 2024-ю часть и долили её водой. После этого отлили одну 2023-ю часть и снова долили водой. И так далее. Последнее отливание составило одну 2-ю часть всей колбы, после чего её опять долили водой. В итоге, концентрация кислоты в колбе стала равной 0,03%. Найдите изначальную концентрацию кислоты в растворе. Ответ дайте в процентах.

Ответ: 60,72

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 6.

Изобразите на плоскости в декартовой системе координат множество точек $(x; y)$, удовлетворяющих системе условий
$$\begin{cases} x^2 - 2y + 3 + y^2 + 2x < 10 \\ |y + 2x| \geq |3x + 2y| \end{cases}.$$

Определите количество и найдите координаты всех точек с целочисленными координатами (обоими), принадлежащих полученному множеству. В ответе укажите сумму всех ординат найденных точек, умноженную на их количество.

Ответ: 48

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12



Задача 7.

Правильный треугольник вписан в окружность радиуса $R = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$. Точка P , отличная от вершин треугольника, расположена на окружности. Найти сумму расстояний от точки P до двух ближайших вершин вписанного треугольника, если известно, что хорда, соединяющая эту точку с третьей вершиной треугольника, образует угол $\alpha = 15^\circ$ с диаметром, проведенным из третьей вершины.

Ответ: 2.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	12

Задача 8.

При каких значениях параметра a множество решений неравенства $x^2 - (a^2 + a - 1)x + a^3 - a^2 \leq 0$ содержит ровно пять целых значений x ? Ответом должно являться число, вычисляемое по следующему правилу: 1) находится сумма квадратов всех чисел, находящихся на концах полученных отрезков, интервалов и полуинтервалов; 2) к полученному результату прибавляется столько единиц, сколько квадратных скобок содержит полученное множество значений параметра.

Ответ: 20.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14



Задача 9.

Для некоторого простого числа p рассматривается числовая последовательность $x_1; x_2; x_3; \dots$, где x_n равно остатку от деления p^{n+2} на 24.

Найти разность $x_{2024} - x_{2020}$.

Ответ: 0.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Дан неверный ответ/ответ отсутствует	0
Дан верный ответ	14