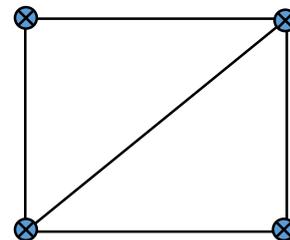


## ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

### 10 КЛАСС

1. Решите уравнение в целых числах  $3^{x+y} = 6 \cdot 3^x + 3^y$ .
2. Данное натуральное число  $N$  раскладывается на сумму нескольких последовательных целых чисел. Найти число всех таких разложений для  $N=500$ .  
Примечание. Считаем, что последовательности вида  $0, 1, 2, \dots, n$  различные, а также, что может быть последовательность из одного числа, т.е.  $N$  – это тоже последовательность.
3. а) Найдите многочлен наименьшей положительной степени с целыми коэффициентами, корнем которого является число  $x_0 = \sqrt{5} - 1$ ;  
б) с помощью пункта (а) найдите  $f(x_0)$ , где  
$$f(x) = x^{10} + x^9 - 6x^8 + 4x^7 - x^6 - 2x^5 + 4x^4 + x^3 + 3x^2 - x.$$
Ответ представьте в виде  $a\sqrt{5} + b$ , где  $a$  и  $b$  – целые числа. В поле ответ запишите найденные числа через точку.
4. В Криптоландии в тире действуют следующие правила. Перед началом стрельбы стрелок приобретает 100 патронов. На мишени нарисованы три концентрические окружности радиусов 3, 6 и 12 сантиметров. За попадание в круг, ограниченный первой из них, даётся 3 очка и 4 дополнительных патрона. За попадание в кольцевую область между первой и второй окружностями даётся 2 очка и 3 дополнительных патрона. За попадание в зону между второй и третьей окружностями даётся 1 очко и 2 дополнительных патрона. Если стрелок не попал в мишень, то ни очков, ни дополнительных патронов он не получает. Считаем, что в границы кругов стрелок не попадает. Стрельба заканчивается, когда у стрелка не остаётся ни одного патрона. Юра пошёл в тир и завершил стрельбу, допустив 2023 промаха. Сколько очков набрал Юра?
5. Обозначим  $a = 729$ ,  $b = 241$ ,  $N = 7169$ . Известно, что остаток от деления числа  $b^2$  на  $N$  равен  $a$ . Найдите разложение числа  $N$  на простые множители.

6. Компьютеры соединены в сеть, как показано на рисунке. Для этого использовали пять соединительных проводов. Злоумышленник пытается перерезать каждый провод. Вероятность того, что провод будет перерезан равна  $\frac{1}{2}$ . Найдите вероятность того, что в результате таких действий целостность сети не нарушится, то есть каждый компьютер сможет обмениваться информацией с каждым (возможно и по цепочке с другими компьютерами).



7. В треугольнике  $ABC$  угол  $BAC$  равен  $14^\circ$ , а угол  $ACB$  равен  $31^\circ$ . На стороне  $AC$  взята точка  $P$  так, что угол  $ABP$  – прямой. Пусть  $AQ$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Найдите угол  $QPC$ .

8. Найти наименьшее натуральное  $k$  такое, что

1) 17 делит  $2^k - 1$ ;

2) 289 делит  $2^k - 1$ .

В поле «Ответ» записать сумму найденных чисел.