

11 КЛАСС

1. Про пятиугольник $ABCDE$ известно, что $AB=BC=CD=DE$. ($\angle C = \angle D = 108^\circ$ и угол $\angle B$ равен 96°). Найдите угол E . Ответ запишите в градусах.

2. Найти наименьшее натуральное k такое, что

- 1) делит $2^k - 1$;
- 2) 289 делит $2^k - 1$;
- 3) 4913 делит $2^k - 1$.

В поле «Ответ» записать сумму найденных чисел.

3. В Криптоландии в тире действуют следующие правила. Перед началом стрельбы стрелок приобретает 100 патронов. На мишени нарисованы три концентрические окружности радиусов 3, 6 и 12 сантиметров. За попадание в круг, ограниченный первой из них, даётся 3 очка и 4 дополнительных патрона. За попадание в кольцевую область между первой и второй окружностями даётся 2 очка и 3 дополнительных патрона. За попадание в зону между второй и третьей окружностями даётся одно очко и 2 дополнительных патрона. Если стрелок не попал в мишень, то ни очков, ни дополнительных патронов он не получает. Считаем, что в границы кругов стрелок не попадает. Стрельба заканчивается, когда у стрелка не остаётся ни одного патрона. Юра пошёл в тир и завершил стрельбу, допустив 2023 промаха. Сколько очков набрал Юра?

4. Найдите многочлен наименьшей положительной степени с целыми коэффициентами, корнем которого является число $x_0 = \sqrt{5} - 1$;

б) с помощью пункта а) найдите $f(x_0)$, где

$$f(x) = x^{10} + x^9 - 6x^8 + 4x^7 - x^6 - 2x^5 + 4x^4 + x^3 + 3x^2 - x.$$

Ответ представьте в виде $a\sqrt{5} + b$, где a и b – целые числа. В поле «Ответ» запишите найденные числа через точку: a.b

5. Обозначим $a = 3481$, $b = 4120$, $N = 26069$. Известно, что остаток от деления числа b^2 на N равен a . Найдите разложение числа N на простые множители.

6. Данное натуральное число N раскладывается на сумму нескольких последовательных чисел. Найти число всех таких разложений для $N = 2^5 * 3^{10} * 11^8$. Примечание. Считаем, что последовательности вида $0, 1, 2, \dots, n$ различные,

**Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных организаций
по математике**

а также, что может быть последовательность из одного числа, т.е. \mathbb{N} – это тоже последовательность.

7. Решите уравнение в целых числах

$$136 * \left(\frac{1}{2}\right)^{x+y} = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^y$$

В поле ответ запишите по координатную сумму найденных точек. Например, если уравнению удовлетворяют точки $(x_1, y_1) = (5, 6)$; $(x_2, y_2) = (7, 8)$, тогда в поле «Ответ» должно быть записано: «12.14».

8. Найдите количество целых решений уравнения на отрезке $[1; 90]$.

$$\sin(\pi \cdot \log_2 x) + \cos(\pi \cdot \log_2 x) = 1$$