

## ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

### 9 КЛАСС

1. На какое самое большое натуральное число будет гарантированно делиться произведение любых пяти подряд идущих натуральных чисел?

2. В восьмеричной системе счисления запись натурального числа состоит только из единиц. Какие остатки от деления на 9 в десятичной системе счисления может иметь это число? Ответ обоснуйте.

3. На боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$ , с основаниями  $BC = 3$  и  $AD = 7$ , отмечены 11 точек  $K_1, K_2, \dots, K_{11}$ , разбивающие сторону  $AB$  на 12 равных отрезков, то есть  $AK_1 = K_1K_2 = \dots = K_{10}K_{11} = K_{11}B$ . Затем через точки  $K_1, K_2, \dots, K_{11}$  провели прямые, параллельные основаниям трапеции. Эти прямые пересекли сторону  $CD$  соответственно в точках  $T_1, T_2, \dots, T_{11}$ . Найдите сумму длин получившихся одиннадцати отрезков  $K_1T_1, \dots, K_{11}T_{11}$ .

4. Пусть  $A = 1111$ . Найдите остаток от деления числа  $(A + 1)^{2024} + (A - 1)^{2024}$  на число 1234321.

5. Известно, что система уравнений 
$$\begin{cases} 9x^2 + 6xy + 3y^2 - 2x - y = 2 \\ 3x^2 + 6xy - x + y = -1/2 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре решения  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ .  
Найдите сумму  $x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + y_3 + x_4 + y_4$ .

6. Путник заблудился в лесу, который покрывает полуплоскость, ограниченную прямой  $m$ . Он знает, что от границы леса (прямой  $m$ ) он находится на расстоянии 1 км, но не знает в каком направлении граница находится. Как путнику гарантированно выйти из леса, пройдя при этом не более  $4\sqrt{3}$  км? Лес очень густой, и увидеть сквозь деревья опушку невозможно (как бы близко от нее он ни находился). Поэтому считается, что путник из леса вышел, если оказался на его границе.

