

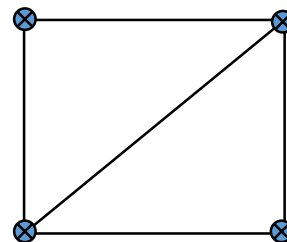
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

9 КЛАСС

1. Решите уравнение в целых числах $3^{x+y} = 6 \cdot 3^x + 3^y$.
2. Данное натуральное число N раскладывается на сумму нескольких последовательных целых чисел. Найти число всех таких разложений для $N=500$.
Примечание. Считаем, что последовательности вида $0, 1, 2, \dots, n$ различные, а также, что может быть последовательность из одного числа, т.е. N – это тоже последовательность.
3. а) Найдите многочлен наименьшей положительной степени с целыми коэффициентами, корнем которого является число $x_0 = \sqrt{5} - 1$;
б) с помощью пункта (а) найдите $f(x_0)$, где
$$f(x) = x^{10} + x^9 - 6x^8 + 4x^7 - x^6 - 2x^5 + 4x^4 + x^3 + 3x^2 - x.$$
Ответ представьте в виде $a\sqrt{5} + b$, где a и b – целые числа. В поле ответ запишите найденные числа через точку.
4. В Криптоландии в тире действуют следующие правила. Перед началом стрельбы стрелок приобретает 100 патронов. На мишени нарисованы три концентрические окружности радиусов 3, 6 и 12 сантиметров. За попадание в круг, ограниченный первой из них, даётся 3 очка и 4 дополнительных патрона. За попадание в кольцевую область между первой и второй окружностями даётся 2 очка и 3 дополнительных патрона. За попадание в зону между второй и третьей окружностями даётся 1 очко и 2 дополнительных патрона. Если стрелок не попал в мишень, то ни очков, ни дополнительных патронов он не получает. Считаем, что в границы кругов стрелок не попадает. Стрельба заканчивается, когда у стрелка не остаётся ни одного патрона. Юра пошёл в тир и завершил стрельбу, допустив 2023 промаха. Сколько очков набрал Юра?
5. Обозначим $a = 729$, $b = 241$, $N = 7169$. Известно, что остаток от деления числа b^2 на N равен a . Найдите разложение числа N на простые множители.

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных организаций по математике

6. Компьютеры соединены в сеть, как показано на рисунке. Для этого использовали пять соединительных проводов. Злоумышленник пытается перерезать каждый провод. Вероятность того, что провод будет перерезан равна $\frac{1}{2}$. Найдите вероятность того, что в результате таких действий целостность сети не нарушится, то есть каждый компьютер сможет обмениваться информацией с каждым (возможно и по цепочке с другими компьютерами).



7. В треугольнике ABC угол BAC равен 14° , а угол ACB равен 31° . На стороне AC взята точка P так, что угол ABP – прямой. Пусть AQ – биссектриса треугольника ABC . Найдите угол QPC .

8. Найти наименьшее натуральное k такое, что

- 1) 17 делит $2^k - 1$;
- 2) 289 делит $2^k - 1$.

В поле «Ответ» записать сумму найденных чисел.