



Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2023-2024 учебный год. Заключительный этап  
"для 7 класса"



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.  
Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. В каждом ли году календари на какие-то два месяца полностью совпадают (иными словами, какие-то два месяца имеют одинаковую длину и начинаются в один и тот же день недели)? (П. Д. Муленко)

**Примечание.** Ниже приведена справочная таблица месяцев года с количеством дней:

1. Январь	31	5. Май	31	9. Сентябрь	30
2. Февраль	28 (29)	6. Июнь	30	10. Октябрь	31
3. Март	31	7. Июль	31	11. Ноябрь	30
4. Апрель	30	8. Август	31	12. Декабрь	31

2. Найдите все числа, образованные цифрами от 1 до 9 (каждая цифра встречается по одному разу), в которых сумма первых двух цифр делится на 2, сумма второй и третьей цифр делится на 3, и так далее (соответственно, сумма восьмой и девятой цифр делится на 9). (Л. С. Корешкова, П. Д. Муленко)
3. Некое приложение генерирует одноразовые пароли в виде последовательностей из 6 цифр без нуля. Паша посмотрел на последние три пароля — 125874, 585632, 785698 — и осознал, что у них есть общее свойство: при наборе каждого из них на цифровой клавиатуре палец каждый раз переходит на соседнюю по стороне кнопку. А сколько всего существует паролей с такими свойствами? (А. А. Теслер)
4. В четырёхугольнике  $ABCD$   $\angle A = 100^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $M$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $AM = CM$ ,  $\angle ADM = 40^\circ$ . Найдите угол  $CDM$ . (А. А. Кинтас)
5. Археолог наткнулся на пещеру, в которой стоят 6 сундуков, на каждом из которых что-то написано. Некоторые из сундуков могут оказаться мимиками (монстрами, прикидывающимися сундуками), а в остальных лежит золото. Известно, что на мимиках написана ложь, на настоящих сундуках — правда. Подскажите археологу, какие сундуки тот может гарантированно безопасно открыть. (П. Д. Муленко)

Подо мной не мимик

Я не мимик

Оба моих соседа по  
стороне — не мимики

В верхнем ряду есть  
хотя бы один мимик

Среди сундуков есть  
ровно 2 мимика

Надо мной — мимик

6. На конференцию по математике в отель заселились 90 человек. В первый вечер они все распределились между тремя локациями: баром, столовой и конференц-залом, причём людей в баре оказалось в пять раз меньше, чем в столовой. Когда шестеро математиков перешли из конференц-зала в другие локации (кто-то в столовую, а остальные в бар), то в столовой оказалось вдвое меньше людей, чем в конференц-зале. Сколько человек находилось в каждой локации гостиницы первоначально и после перехода?

*(Л. С. Корешкова, П. Д. Муленко)*