

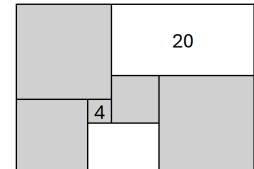


Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2023-2024 учебный год. Заключительный этап
"для 8 класса"



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.
Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Прямоугольник разрезали на белые прямоугольники и серые квадраты, как показано на рисунке, после чего вычислили периметры двух получившихся частей (указаны внутри). Найдите периметр исходного прямоугольника. (П. Д. Муленко)



2. На плоскости отмечены точки A, B, C и D , причём $AB = 7$, $BC = 10$, $CD = 26$, $DA = 25$, $BD = 24$. Докажите, что длина отрезка AC тоже целая. (П. Д. Муленко)
3. Придумайте три различных натуральных значения n , при каждом из которых $4^{35} + 4^{48} + 4^n$ является точным квадратом. (С. П. Павлов)
4. Лес представляет собой координатную плоскость, в некоторых узлах которой растут ёлки. Всего ёлок больше миллиона. Докажите, что можно срубить более 200 000 ёлок так, чтобы расстояние между любыми двумя срубленными ёлками было больше 2. (Узлом называется точка, обе координаты которой целые; ёлки считаем точками.) (А. А. Теслер)
5. Археолог наткнулся на пещеру, в которой стоят 6 сундуков, на каждом из которых что-то написано. Некоторые из сундуков могут оказаться мимиками (монстрами, прикидывающимися сундуками), а в остальных лежит золото. Известно, что на мимиках написана ложь, на настоящих сундуках — правда. Подскажите археологу, какие сундуки тот может гарантированно безопасно открыть. (П. Д. Муленко)
- | | | |
|--|---------------------------------------|--|
| Подо мной не мимик | В нижнем ряду есть хотя бы один мимик | Оба моих соседа по стороне — не мимики |
| В верхнем ряду есть хотя бы один мимик | Среди сундуков есть ровно 2 мимика | Я не мимик |
6. Вредный учитель даёт ученикам тест из 10 вопросов, на каждый из которых надо ответить «да» или «нет». Учитель не только вредный, но и нечестный, поэтому «правильные» ответы он определяет только после того, как ученики сдадут работы. При этом он стремится выбрать «правильные» ответы так, чтобы ни один из учеников не угадал больше половины ответов. При каком наибольшем количестве учеников учитель гарантированно сумеет это сделать? (А. А. Теслер)