



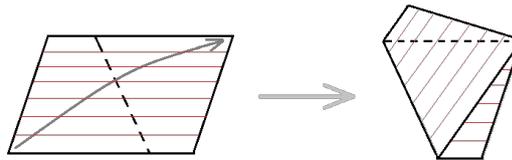
Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2023-2024 учебный год. Заключительный этап  
"для 9 класса"



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.  
Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Некое приложение генерирует одноразовые пароли в виде последовательностей из 6 цифр без нуля. Паша посмотрел на последние три пароля — 125874, 585632, 785698 — и осознал, что у них есть общее свойство: при наборе каждого из них на цифровой клавиатуре палец каждый раз переходит на соседнюю по стороне кнопку. А сколько всего существует паролей с такими свойствами? (А. А. Теслер)
- ① ② ③  
④ ⑤ ⑥  
⑦ ⑧ ⑨

2. Придумайте три различных натуральных значения  $n$ , при каждом из которых  $4^{35} + 4^{48} + 4^n$  является точным квадратом. (С. П. Павлов)
3. Можно ли, совместив две противоположные вершины параллелограмма (см. рисунок), получить правильный пятиугольник? (Л. С. Корешкова)



4. Найдите наименьшее значение выражения  
$$\sqrt{x^2 + (16 - y)^2} + \sqrt{y^2 + (30 - z)^2} + \sqrt{z^2 + (16 - t)^2} + \sqrt{t^2 + (30 - x)^2},$$
где  $x, y, z, t$  — произвольные вещественные числа. (С. П. Павлов)
5. У Вити есть 9 альбомов с марками, причём в любых двух альбомах количество марок различается. Витя хочет отдать сестре один или два пустых альбома на её выбор. При этом Витя обнаружил, что, какой бы один или какие бы два альбома ни попросила сестра, марки из них можно распределить по остальным альбомам так, что во всех оставшихся семи или восьми альбомах станет поровну марок. Какое минимальное количество марок может изначально быть у Вити в красном альбоме? (Л. С. Корешкова)

6. Вредный учитель даёт ученикам тест из 12 вопросов, на каждый из которых надо ответить «да» или «нет». Учитель не только вредный, но и нечестный, поэтому «правильные» ответы он определяет только после того, как ученики сдадут работы. При этом учитель стремится выбрать «правильные» ответы так, чтобы ни один из учеников не угадал больше половины ответов. При каком наибольшем количестве учеников учитель гарантированно сумеет это сделать? (А. А. Теслер)