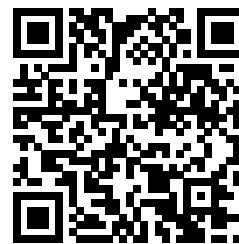




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2024-2025 учебный год. Заключительный этап

7 класс



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

- Олеся нарисовала на доске 6 точек, соединила некоторые из них отрезками, и рядом с каждой точкой написала количество отрезков, которые из этой точки выходят. После этого она сообщила 5 утверждений:
(а) Только у одной точки стоит цифра 4.
(б) Цифра 2 написана ровно у двух точек.
(в) Тройка встречается ровно один раз.
(г) Только у одной точки стоит 0.
(е) Половина написанных цифр — двойки.
Какие числа могла написать Олеся, если ровно одно из утверждений неверно?
Укажите все варианты, объясните, почему возможны только они, а также подтвердите каждый вариант примером. (П. Д. Муленко)
- Коля выписал все натуральные делители числа 2025^n в некотором порядке и расставил между ними знаки «+» и «−». Потом он вычислил значение полученного выражения. При каких натуральных n у него могло получиться 2026? (М. В. Карлукова)
- Если в трёхзначном числе зачеркнуть среднюю цифру, то оно станет в 13 раз меньше. Чему может быть равно это трёхзначное число? (П. Д. Муленко)
- Найдите количество 15-значных чисел, кратных 18, в записи которых используются только единицы и двойки, причём никакие две двойки не стоят рядом. (Л. С. Корешкова)
- Выпуклый четырёхугольник разрезан диагоналями на четыре треугольника. Три из них оказались равны. Обязательно ли четвёртый им равен? (А. А. Теслер)
- Барон Мюнхгаузен по секрету рассказал, что 9 марта прошлого года, на праздновании дня рождения всех его детей (коих было трое разного возраста), он подарил каждому ребёнку столько пиастров, сколько тому исполнилось лет. Средняя сумма подарка составила 2 пиастра. Более того, 9 марта этого года, празднуя день рождения всех своих детей, он снова подарил каждому ребёнку столько пиастров, сколько тому исполнилось лет, и средний подарок снова составил 2 пиастра. Сколько лет сегодня каждому из детей барона? (П. Д. Муленко)