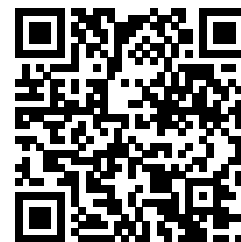




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2024-2025 учебный год. Заключительный этап

8 класс



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Коля выписал все натуральные делители числа 2025^n в некотором порядке и расставил между ними знаки «+» и «−». Потом он вычислил значение полученного выражения. При каких натуральных n у него могло получиться 2026? (М. В. Карлукова)
2. На клетчатом листе отмечены 12 точек в виде сетки 3×4 . Какое наибольшее количество точек можно выбрать так, чтобы среди расстояний между ними не было равных? (С. П. Павлов)
3. В нашей семье из 5 человек все родились в один и тот же день и месяц, но в разные годы. Мой братик на 14 лет младше меня, а моя сестра на 3 года меня старше. Я родился, когда маме было 27. Папа посчитал наш средний возраст (без учёта себя) и заявил, что несколько лет назад средний возраст членов семьи (без учёта папы) был такой же, как и сейчас. Найдите все варианты, сколько лет назад так могло быть. (П. Д. Муленко)
4. Найдите количество 15-значных чисел, кратных 18, в записи которых используются только единицы и двойки. (Л. С. Корешкова)
5. Катя участвует в викторине: ей надо выбрать из нескольких ответов на вопрос один верный. Если она угадает, то получит денежный приз. Изначально Катя планировала выбрать ответ случайным образом.
Однако, подумав над вариантом А, Катя осознала, что он точно неверный, и можно выбрать случайным образом из остальных вариантов. В результате математическое ожидание Катиного выигрыша увеличилось на 600 рублей.
Подумав над вариантом В, Катя отбросила и его, в результате математическое ожидание выигрыша увеличилось ещё на 840 рублей. Сколько рублей составляет приз?
Примечание. Математическое ожидание — это среднестатистический выигрыш, то есть, в данном случае, величина приза, умноженная на вероятность его получения. (А. А. Теслер)
6. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ продлили стороны DA за точку A и CB за точку B до пересечения в точке X , а стороны AB за точку A и CD за точку D до пересечения в точке Y . Оказалось, что углы X и Y равны, $XA = CD$, $YA = CB$. Докажите, что $XBDY$ — равнобедренная трапеция. (П. Д. Муленко)