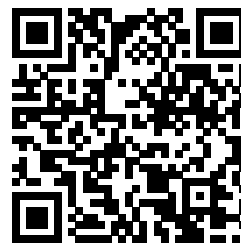




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2024-2025 учебный год. Заключительный этап

9 класс



Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Катя участвует в викторине: ей надо выбрать из нескольких ответов на вопрос один верный. Если она угадает, то получит денежный приз. Изначально Катя планировала выбрать ответ случайным образом.

Однако, подумав над вариантом А, Катя осознала, что он точно неверный, и можно выбрать случайным образом из остальных вариантов. В результате математическое ожидание Катиного выигрыша увеличилось на 600 рублей.

Подумав над вариантом В, Катя отбросила и его, в результате математическое ожидание выигрыша увеличилось ещё на 840 рублей. Сколько рублей составляет приз?

Примечание. Математическое ожидание — это среднестатистический выигрыш, то есть, в данном случае, величина приза, умноженная на вероятность его получения.

(А. А. Теслер)

2. Существует ли такое трёхзначное число n , что $n(n + 1) + 2025$ — точный квадрат?

(С. П. Павлов)

3. На клетчатом листе отмечены 20 точек в виде сетки 4×5 . Какое наибольшее количество точек можно выбрать так, чтобы среди расстояний между ними не было равных?

(С. П. Павлов)

.
.
.

4. На плоскости отмечены две точки A и B . Андрей играет в такую игру: на каждом шаге он выбирает пару уже отмеченных точек, мысленно строит правильный пятиугольник на них как на соседних вершинах, после чего отмечает на плоскости три остальные его вершины. Может ли Андрей на каком-то шаге отметить точку строго внутри отрезка AB ?

(Е. Ю. Воронецкий)

5. Назовём число *примечательным*, если в его записи используются только две разных цифры. Сколько существует 11-значных примечательных чисел, кратных 225?

(Л. С. Корешкова)

6. Назовём *экономичностью* многоугольника отношение его площади к периметру. Можно ли разрезать равносторонний треугольник с экономичностью $3E$ на 10 частей, каждая из которых имеет экономичность E ?

(А. А. Теслер)