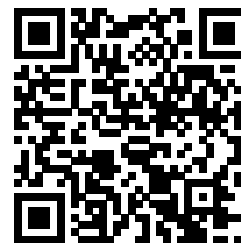




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Отборочный этап



Задачи для 10 класса

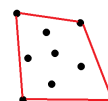
Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом),
подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/.

Последний срок сдачи — **5 ноября 2025 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

1. Укажите все номера годов текущего десятилетия (с 2021 по 2030), которые можно представить суммой одно-, двух-, трёх- и четырёхзначного чисел так, чтобы каждая цифра была использована один раз. (С. П. Павлов)
2. Клетчатое поле 13×13 состоит из 169 единичных клеток. Сергей поставил на нём четыре не бьющих друг друга ферзей. Оказалось, что центры клеток, в которых стоят ферзи, образуют ромб. Обязательно ли этот ромб является квадратом? (С. П. Павлов)
3. В каждой клетке таблицы 4×5 стоит натуральное число. При этом все числа различны, но суммы во всех строках одинаковы и во всех столбцах тоже одинаковы. Какова минимально возможная сумма чисел в таблице? (А. А. Теслер)
4. В окружность ω вписан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC = CD$. Отрезок BE пересекает CF и DF в точках G и H соответственно, а отрезок AE пересекает CF и BF в точках J и K соответственно. Оказалось, что прямые GK и HJ пересекаются в точке L , лежащей на ω , а также пересекают эту окружность в точках M и N . Докажите, что $MN = AB$. (О. А. Пяйве)
5. Попугай Роза знает все четыре звука своего имени и умеет произносить «слова» длиной от 1 до n звуков. При этом она не умеет произносить два одинаковых звука подряд. Сколько разных «слов» может сказать Роза? Запишите ответ в замкнутой форме (без многоточий и знаков суммирования). (О. С. Третьякова)
6. В окружность вписаны три различных остроугольных треугольника (общих вершин у треугольников нет). Докажите, что можно выбрать по одной вершине из каждого треугольника так, чтобы три выбранные точки образовали треугольник, у которого все углы не превышают 90 градусов. (Л. С. Корешкова)
7. Паша и Варя играют в такую игру. Каждый игрок своим ходом отмечает на плоскости точку, пока не будут отмечены 2025 точек (начинает и заканчивает игру Паша). После этого Варя должна заплатить Паше столько рублей, сколько вершин имеет выпуклая оболочка полученного множества точек. Для какого максимального N у Паши существует стратегия, позволяющая получить не менее N рублей при любой игре Вари?

Выпуклая оболочка конечного множества точек — это наименьший по включению многоугольник, содержащий их. Справа показано множество из 9 точек и его выпуклая оболочка — четырёхугольник.



(А. А. Теслер)