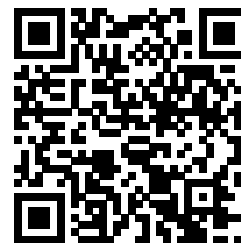




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Отборочный этап



Задачи для 11 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом),
подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/.

Последний срок сдачи — **5 ноября 2025 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

1. Все десять цифр разбили на пары и в каждой вычислили разность (вычитая из большей цифры меньшую). Какой наибольшей степени двойки может равняться произведение всех этих разностей? (С. П. Павлов)
2. В окружность ω вписан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC = CD$. Отрезок BE пересекает CF и DF в точках G и H соответственно, а отрезок AE пересекает CF и BF в точках J и K соответственно. Оказалось, что прямые GK и HJ пересекаются в точке L , лежащей на ω , а также пересекают эту окружность в точках M и N . Докажите, что $MN = AB$. (О. А. Пяйве)
3. Один и тот же прямоугольник является сечением двух разных кубов. Каково максимально возможное отношение объёмов этих кубов? (А. А. Теслер)
4. В каждой клетке таблицы 4×2025 стоит натуральное число. При этом все числа различны, но суммы во всех строках одинаковы и во всех столбцах тоже одинаковы. Какова минимально возможная сумма чисел в таблице? (А. А. Теслер)
5. Если в волшебный автомат ввести натуральное число $n > 1$, то он строит клетчатый квадрат $n \times n$, удаляет из него одну клетку и рисует такие фигуры до тех пор, пока их суммарная площадь не станет равна площади какого-нибудь клетчатого квадрата. Сторону этого нового квадрата автомат возвращает обратно. Например, по карточке с цифрой 5 автомат строит квадрат 5×5 без одной клетки, повторяет его 6 раз (получается 144 клетки, что равно 12^2) и возвращает число 12. Всего автомат работал 10 раз. Может ли количество цифр в числе на последней получившейся карточке быть в 1024 раза больше, чем на изначальной? (П. Д. Муленко, А. А. Теслер)

6. Павел Дмитриевич владеет заводом по производству сувенирных календарей. Календарь изготавливается из двух кубиков и наклеек с цифрами: надо наклеить на каждую грань обоих кубиков по наклейке так, чтобы с их помощью можно было сложить любой день месяца (то есть любое число от 01 до 31; на рисунке представлен пример числа 18). Завод гордится тем, что каждое его изделие отличается от других. Сколько всего различных календарей может выпустить завод?
Два календаря считаются одинаковыми, если для каждого кубика из первого календаря есть такой же кубик во втором. В свою очередь, два кубика одинаковы, если можно поставить их рядом так, чтобы с каждой из шести сторон они выглядели одинаково, то есть на них были одинаковые наклейки в одинаковом положении. Наклейки с цифрами 0 и 8 имеют центр симметрии, остальные — нет. (М. В. Карлукова)



7. Паша и Варя играют в такую игру. Каждый игрок своим ходом отмечает на плоскости точку, пока не будут отмечены 2025 точек (начинает и заканчивает игру Паша). После этого Варя должна заплатить Паше столько рублей, сколько вершин имеет выпуклая оболочка полученного множества точек. Для какого максимального N у Паши существует стратегия, позволяющая получить не менее N рублей при любой игре Вари?
Выпуклая оболочка конечного множества точек — это наименьший по включению многоугольник, содержащий их. Справа показано множество из 9 точек и его выпуклая оболочка — четырёхугольник. (А. А. Теслер)

