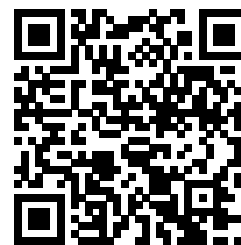




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Заключительный этап



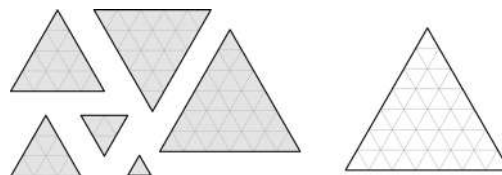
задачи для 5 класса

Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Конструктор состоит из равносторонних треугольников со сторонами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 (по 50 штук каждого размера). Ирина хочет собрать равносторонний треугольник со стороной 7, используя некоторые из имеющихся деталей, укладывая их без наложений и дыр. Помогите ей справиться ровно 9 детальками. (Л. С. Корешкова)

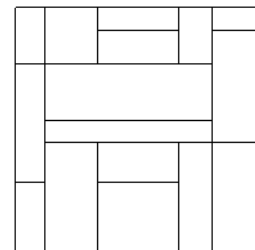


2. В каждую пустую клетку квадрата 3×3 справа надо поставить по одной цифре так, чтобы во всех строках и столбцах сумма была одинакова, а всякая цифра присутствовала в квадрате хотя бы дважды (или отсутствовала). Найдите все решения и докажите, что других нет. (П. Д. Муленко)

2		
		3
4	2	

3. Буратино посадил на Поле Чудес монету, из которой прорастёт денежное дерево, на конце каждой веточки которого будет висеть по монете. Раз в месяц монеты приносят «потомство»: если монета была золотая, то из неё вырастает 5 веточек с серебряной монетой на каждой, а если серебряная, то две веточки с золотой монетой на каждой. Старые монеты при этом исчезают.
- (а) Через некоторое время Буратино собрал с дерева весь урожай — 2000 монет. Какую монету посадил Буратино и сколько месяцев он ждал?
- (б) Кот Базилио утверждает, что он тоже посадил монету и через некоторое время обнаружил, что на его дереве 4000 монет. Может ли он говорить правду? (П. Д. Муленко)
4. Миша записал верный арифметический пример на сложение. Потом заменил в нём каждую цифру буквой (разные цифры — разными буквами, а одинаковые — одинаковыми), но при этом в одном месте ошибся, заменив цифру не той буквой. В результате у него получился пример $ONE + ONE = TWO$. Какое максимальное значение могло принимать число справа от знака «равно» в его примере, прежде чем он заменил цифры буквами? Докажите, что оно действительно максимальное. (А. А. Теслер)

5. Незнайка нарисовал картинку справа и заявил, что её можно раскрасить в три цвета так, чтобы любые два прямоугольника, имеющие общую сторону, были разных цветов (прямоугольники, касающиеся только в точке, могут быть одного цвета). Знайка ответил, что таких раскрасок больше одной. Сколькими способами можно раскрасить картинку? Две раскраски считайте различными, если хотя бы один прямоугольник окрашен в другой цвет.



(П. Д. Муленко)

6. В эксперименте принимают участие несколько (один или больше) реальных людей и несколько ИИ (искусственных интеллектов). Каждый участник отправляет всем остальным по «мему» (смешной картинке), но, так как ИИ воспринимает юмор не совсем так, как люди, человеческие мемы смешны всем, а мемы ИИ — только таким же ИИ.

По результатам эксперимента оказалось, что количество «неловких» обменов мемами, когда засмеялся только один из двух участников обмена, равно 93. А сколько могло быть «комфортных» ситуаций, когда оба участника смеются над мемами друг друга? Найдите все варианты и докажите, что других нет.

(П. Д. Муленко)