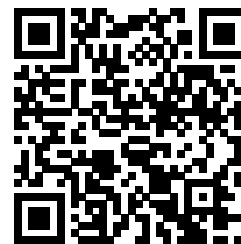




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Заключительный этап



задачи для 6 класса

Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Маша учится умножать числа в столбик, но делает это неправильно: она перемножает цифры в одном разряде, добавляет к ним перенос из предыдущего разряда, пишет младшую цифру результата на соответствующее место в ответе, а старшую цифру результата переносит дальше. Например, $37 \otimes 49 = 183$ (см. справа). Может ли Маша умножить какое-нибудь число само на себя и получить 2026?
(Е. Ю. Воронецкий)

$$\begin{array}{r} 1 6 \\ 3 7 \\ \otimes 4 9 \\ \hline 1 8 3 \end{array}$$

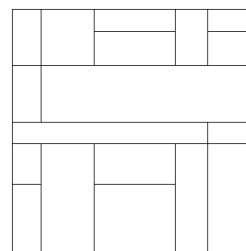
2. В каждую пустую клетку квадрата 3×3 справа надо поставить по одной цифре так, чтобы во всех строках и столбцах сумма была одинакова и при этом ровно одна цифра присутствовала в квадрате ровно 1 раз (все остальные цифры должны присутствовать хотя бы дважды или отсутствовать вовсе). Найдите все решения и докажите, что других нет.
(П. Д. Муленко)

6	9	
		7
8		

3. Пусть N — натуральное число, состоящее из 2026 цифр. Из них 46 цифр равны нулю, а количества остальных цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) находятся в соотношении $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9$ (именно в таком порядке). Докажите, что число N не может оказаться точным квадратом.
(Л. С. Корешкова)

4. Миша записал верный арифметический пример на сложение. Потом заменил в нём каждую цифру буквой (разные цифры — разными буквами, а одинаковые — одинаковыми), но при этом в одном месте ошибся, заменив цифру не той буквой. В результате у него получился пример $TWO + TWO = FOUR$. Какое максимальное значение могло принимать четырёхзначное число в его примере, прежде чем он заменил цифры буквами? Докажите, что оно действительно максимальное.
(А. А. Теслер)

5. Незнайка нарисовал картинку справа и заявил, что её можно раскрасить в три цвета так, чтобы любые два прямоугольника, имеющие общую сторону, были разных цветов (прямоугольники, касающиеся только в точке, могут быть одного цвета). Знайка ответил, что таких раскрасок больше одной. Сколькими способами можно раскрасить картинку? Две раскраски считайте различными, если хотя бы один прямоугольник окрашен в другой цвет.
(П. Д. Муленко)



6. В эксперименте принимают участие несколько (один или больше) реальных людей и несколько ИИ (искусственных интеллектов). Каждый участник отправляет всем остальным по «мему» (смешной картинке), но, так как ИИ воспринимает юмор не совсем так, как люди, человеческие мемы смешны всем, а мемы ИИ — только таким же ИИ.

По результатам эксперимента оказалось, что количество «неловких» обменов мемами, когда засмеялся только один из двух участников обмена, равно 520. А каково наименьшее возможное количество «комфортных» ситуаций, когда оба участника засмеялись над мемами друг друга?

(П. Д. Муленко)