

Задачи для 6 класса

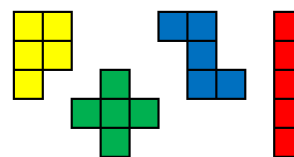
Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом),
подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/.

Последний срок сдачи — **5 ноября 2025 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

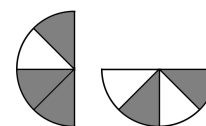
1. Можно ли в равенстве $* + * + * + * + * + * + * + * = **$ расставить все ненулевые цифры так, чтобы равенство было верным? (В левой его части — сумма однозначных чисел, в правой — двузначное число.) (С. П. Павлов)

2. Русские программисты придумали новый «Тетрис-5». Фигуры (на рисунке) можно размещать на клетчатом поле в любом положении, чтобы они не накладывались друг на друга (как и в классическом тетрисе, фигуры можно поворачивать, но не переворачивать).

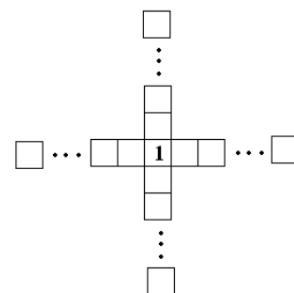


- а) Докажите, что возможно покрыть поле 8×8 , если из него удалены четыре угловые клетки.
б) Докажите, что невозможно покрыть поле 2026×2026 , если из него удалены четыре угловые клетки. (Л. С. Корешкова)

3. Прозрачный круглый диск разделён на 8 равных секторов. Некоторые из секторов закрашены. Если сложить диск пополам по вертикальной оси, видно 3 закрашенных сектора. Если сложить диск пополам по горизонтальной оси, видно 2 закрашенных сектора. Сколько всего закрашено секторов? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (П. Д. Муленко)



4. На игровом поле в форме крестика из клеток (см. рисунок) два игрока по очереди делают ходы. В начале игры занята только центральная клетка, в которой написано число 1. Ход заключается в том, что игрок вписывает в четыре клетки, смежные с уже занятыми, следующие по порядку натуральные числа — первый игрок пишет числа 2, 3, 4, 5, потом второй пишет числа 6, 7, 8, 9, и так далее. Числа вписываются по одному в каждое направление креста так, чтобы любые два числа, стоящие в соседних клетках, были взаимно простыми (то есть не имели общих делителей, больших 1). Если кто-то из игроков не может сделать ход, то он проигрывает. Какой из игроков может обеспечить себе победу при правильной игре? (С. П. Павлов)



5. Попугай Роза знает все четыре звука своего имени и умеет произносить «слова» длиной от одного до четырёх звуков. При этом она не умеет произносить два одинаковых звука подряд. Сколько разных «слов» может сказать Роза? (О. С. Третьякова)

6. У Ирины есть 289 монет из нескольких стран. Она разложила их поровну в несколько коробок, причём в каждой коробке лежат монеты (более одной штуки) только одной страны. Известно, что белорусские монеты составляют более 6% от общего количества, испанские — более 12%, эквадорские — более 24%, и русские — более 36%. Сколько у Ирины может быть китайских монет? Найдите все варианты. (Л. С. Корешкова)

7. В стране Оз все города пронумерованы числами от 1 до N , причём N чётно, но не кратно 4. Каждые два города соединены или дорогой из жёлтого кирпича, или дорогой из зелёного изумруда. Главный Волшебник решил изменить нумерацию городов так, чтобы те номера, что соединялись жёлтой дорогой, теперь соединялись зелёной, и наоборот. Получится ли у Волшебника осуществить задуманное? (Л. С. Корешкова)