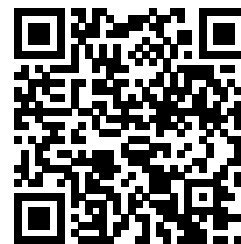




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Заключительный этап



задачи для 7 класса

Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Маша учится умножать числа в столбик, но делает это неправильно: она перемножает цифры в одном разряде, добавляет к ним перенос из предыдущего разряда, пишет младшую цифру результата на соответствующее место в ответе, а старшую цифру результата переносит дальше. Например, $37 \otimes 49 = 183$ (см. справа). Может ли Маша умножить какое-нибудь число само на себя и получить 2026?
(Е. Ю. Воронецкий)

$$\begin{array}{r} 1 6 \\ 3 7 \\ \otimes 4 9 \\ \hline 1 8 3 \end{array}$$

2. Буратино посадил на Поле Чудес монету, из которой прорастёт денежное дерево, на конце каждой веточки которого будет висеть по монете. Раз в месяц из каждой монеты прорастает «потомство» в виде 2 или 5 новых веточек с монетами (старые монеты при этом исчезают). Через некоторое количество месяцев Буратино собрал с дерева весь «урожай» в размере 2026 монет. Какое наибольшее количество месяцев могло пройти?
(П. Д. Муленко)

3. 2130 год будет «годом-перевертышем» — если поставить знак «минус» между второй и третьей цифрами, то разность двух двузначных чисел, прочитанных слева направо, будет равна разности двузначных чисел, прочитанных справа налево: $21 - 30 = 03 - 12 = -9$. Сколько всего таких лет в третьем тысячелетии?

Примечание. Как видно из примера, числа могут начинаться с нуля, а разность не обязана быть положительной.
(Л. С. Корешкова)

4. Сколькими способами можно заменить буквы a, b, c, d, e в выражении справа цифрами от 0 до 4 (использовав по одному разу каждую) так, чтобы оно равнялось натуральному числу?
(П. Д. Муленко)

$$a + \frac{b}{c + \frac{d}{e}}$$

5. Дан выпуклый четырёхугольник с двумя острыми и одним тупым углами. Одна из диагоналей разбивает его на равносторонний и равнобедренный треугольники. Какими могут быть углы четырёхугольника? Найдите все варианты и докажете, что других нет.
(П. Д. Муленко)

6. В школе учатся 50 детей. Некоторые из них — рыцари (отвечают только правду), остальные — лжецы (всегда врут). Ещё в школе есть Директор и Учитель. На новогодний праздник к детям придёт Дед Мороз, в мешке у которого от 50 до 100 конфет включительно. Директор планирует написать 50 бумажек, на каждой из которых написаны два вопроса (один красной ручкой, другой синей). Каждый вопрос должен подразумевать ответ «да» или «нет». Потом Директор случайным образом раздаёт каждому ребёнку по одной бумажке, после чего уходит.

Далее начинается ёлка, на которой Дед Мороз по очереди вызывает детей на сцену. Оказавшись на сцене, ребёнок задаёт сначала красный вопрос Деду Морозу, а потом синий — случайному ребёнку. Учитель считает общее количество поступивших ответов «да» и сообщает его Директору. Помогите Директору придумать такие вопросы, чтобы по числу, полученному от Учителя, определить, сколько конфет у Деда Мороза. Кстати, Директор не помнит, сколько из детей — рыцари, а Дед Мороз честно отвечает на каждый заданный ему вопрос.

(И. М. Туманова, А. А. Теслер)