



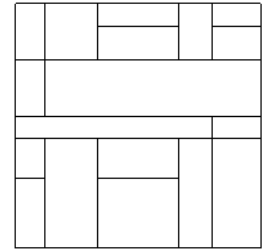
задачи для 8 класса

Полное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Оценка в 1–3 балла означает, что задача в целом не решена, но есть существенные продвижения; оценка в 4–6 баллов — задача в целом решена, но есть существенные недостатки.

Для некоторых задач есть частные критерии, указанные ниже.

1. Незнайка нарисовал картинку справа и заявил, что её можно раскрасить в три цвета так, чтобы любые два прямоугольника, имеющие общую сторону, были разных цветов (прямоугольники, касающиеся только в точке, могут быть одного цвета). Знайка ответил, что таких раскрасок больше одной. Сколькими способами можно раскрасить картинку? Две раскраски считайте различными, если хотя бы один прямоугольник окрашен в другой цвет.



(П. Д. Муленко)

2. Буратино посадил на Поле Чудес монету, из которой прорастёт денежное дерево, на конце каждой веточки которого будет висеть по монете. Раз в месяц из каждой монеты прорастает «потомство» в виде 2 или 5 новых веточек с монетами (старые монеты при этом исчезают). Буратино может (но не обязан) в конце каждого месяца снять с дерева ровно 3 монеты (тогда эти веточки больше расти не будут). Может ли в какой-то момент на дереве оказаться ровно 999 монет?

(П. Д. Муленко)

3. 2130 год будет «годом-перевёртышем» — если поставить знак «минус» между второй и третьей цифрами, то разность двух двузначных чисел, прочитанных слева направо, будет равна разности двузначных чисел, прочитанных справа налево: $21 - 30 = 03 - 12 = -9$. Сколько всего таких лет в третьем тысячелетии?

Примечание. Как видно из примера, числа могут начинаться с нуля, а разность не обязана быть положительной.

(Л. С. Корешкова)

4. Дан куб $3 \times 3 \times 3$, в маленькие кубики которого требуется расставить числа от 1 до 27 (все числа должны быть использованы). Может ли так получиться, что в любой паре соседних кубиков (то есть имеющих общую грань) числа будут взаимно просты?

(С. П. Павлов)

5. В школе учатся 50 детей. Некоторые из них — рыцари (отвечают только правду), остальные — лжецы (всегда врут). Ещё в школе есть Директор и Учитель. На новогодний праздник к детям придёт Дед Мороз, в мешке у которого от 50 до 100 конфет включительно. Директор планирует написать 50 бумажек, на каждой из которых написаны два вопроса (один красной ручкой, другой синей). Каждый вопрос должен подразумевать ответ «да» или «нет». Потом Директор случайным образом раздаёт каждому ребёнку по одной бумажке, после чего уходит. Далее начинается ёлка, на которой Дед Мороз по очереди вызывает детей на сцену. Оказавшись на сцене, ребёнок задаёт сначала красный вопрос Деду Морозу, а потом синий — случайному ребёнку. Учитель считает общее количество поступивших ответов «да» и сообщает его Директору. Помогите Директору придумать такие вопросы, чтобы по числу, полученному от Учителя, определить, сколько конфет у Деда Мороза. Кстати, Директор не помнит, сколько из детей — рыцари, а Дед Мороз отвечает правду рыцарям и врёт лжецам.

(И. М. Туманова, А. А. Теслер)

6. В остроугольном треугольнике провели обе трисектрисы одного из углов (то есть разделили его на 3 равные части), которые разделили противоположную сторону в отношении $5 : 3 : 3$. Найдите периметр треугольника, если длина более короткой трисектрисы равна 6. (П. Д. Муленко)

