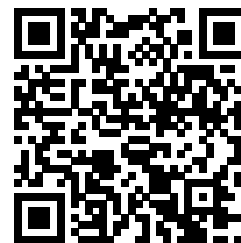




Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2025-2026 учебный год. Отборочный этап



Задачи для 9 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом),
подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/.

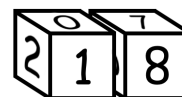
Последний срок сдачи — **5 ноября 2025 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования. В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

1. У Ирины есть 289 монет из нескольких стран. Она разложила их поровну в несколько коробок, причём в каждой коробке лежат монеты (более одной штуки) только одной страны. Известно, что белорусские монеты составляют более 6% от общего количества, испанские — более 12%, эквадорские — более 24%, и русские — более 36%. Сколько у Ирины может быть китайских монет? Найдите все варианты. (Л. С. Корешкова)
2. В каждой клетке таблицы 3×5 стоит натуральное число. При этом все числа различны, но суммы во всех строках одинаковы и во всех столбцах тоже одинаковы. Какова минимально возможная сумма чисел в таблице? (А. А. Теслер)
3. На острове радиусом 40 км находятся несколько колодцев. Колодец называется *отдалённым*, если на расстоянии ближе 25 км от него нет ни моря, ни другого колодца. Какое максимальное количество отдалённых колодцев может быть на острове? (А. А. Теслер)
4. Какому нечётному числу может быть равен НОД чисел $2025n+1$ и $5202n+1$, где n — натуральное число? Укажите все возможности и докажите, что других нет. (С. П. Павлов)
5. Дан разносторонний тупоугольный треугольник ABC с целыми сторонами. Через вершину тупого угла A провели прямую, параллельную BC , и отметили точки пересечения этой прямой с биссектрисами углов B и C как P и Q . Чему равно PQ , если $BC = 4$? (П. Д. Муленко)
6. Квиз состоит из нескольких вопросов (более одного), причём в каждом вопросе одинаковое число вариантов ответа. Если на очередной вопрос выбирается неправильный ответ, вы проигрываете. Однако у вас есть одна «запасная жизнь» на весь квиз: при первом выборе неправильного ответа вы не выбываете, а можете исправиться и дать ещё один ответ на тот же вопрос (если и второй ответ неверен — вы проигрываете). Вероятность пройти квиз, выбирая ответы наугад, равна $2/81$. Сколько в квиле вопросов и сколько вариантов ответа в каждом вопросе? (П. Д. Муленко)

7. Павел Дмитриевич владеет заводом по производству сувенирных календарей.

Календарь изготавливается из двух кубиков и наклеек с цифрами: надо наклеить на каждую грань обоих кубиков по наклейке так, чтобы с их помощью можно было сложить любой день месяца (то есть любое число от 01 до 31; на рисунке представлен пример числа 18). Завод гордится тем, что каждое его изделие отличается от других. Сколько всего различных календарей может выпустить завод?



Два календаря считаются одинаковыми, если для каждого кубика из первого календаря есть такой же кубик во втором. В свою очередь, два кубика одинаковы, если можно поставить их рядом так, чтобы с каждой из шести сторон они выглядели одинаково, то есть на них были одинаковые наклейки в одинаковом положении. Наклейки с цифрами 0 и 8 имеют центр симметрии, остальные — нет.

(М. В. Карлукова)