

Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!

Сбер – лидер по созданию инноваций, которые эффективно интегрируются в жизнь людей.



Поздравляем – ты являешь участником заключительного этапа олимпиады по направлению «Инженерные науки».

Вперед к наукоемким технологиям! Желаем тебе блистательной победы!

Время выполнения – 200 минут.

Пишите разборчиво. Ответ пишите на странице с соответствующим номером вопроса. Если используете дополнительный лист, обязательно напишите об этом на основном листе ответа. Если не знаете ответа, ставьте прочерк. Черновики не оцениваются.

(Максимальное количество баллов – 100)

Задача 1 (Максимум – 25 баллов).

Четыре города 1, 2, 3, 4 соединены транспортными путями. Сеть транспортных путей городов описана графом, который представлен матрицей смежности, которая заполнена логическими высказываниями. Если высказывание является истинным, тогда ребро существует, иначе связи между вершинами нет. Известно, что $A = 0$, $B = 1$.

	1	2	3	4
1	$A*B$	$A \rightarrow A$	$A \oplus B$	$\neg B$
2	$B \rightarrow A$	$A*B$	$B \rightarrow B$	$A \oplus B$
3	$A*B$	$B \rightarrow A$	$A*B$	$A \rightarrow B$
4	$\neg B$	$A*B$	$B \rightarrow A$	$A*B$

Если ребро между вершинами графа существует, то в матрице отражена длительность пути в часах между городами. Количество часов выражено в различных системах счисления.

	1	2	3	4
1	110_2	1110_2	1110_2	20_8
2	$1F_{16}$	110_2	1110_2	1110_2
3	52_8	$1F_{16}$	110_2	1110_2
4	20_8	52_8	$1F_{16}$	110_2

Найдите ответы на следующие вопросы:

1. Отобразите матрицу смежности, где вместо логических выражений будут 0 и 1, показывающие наличие и отсутствие ребер.
2. Отобразите матрицу смежности, где вместо 0 и 1, будут указаны часы, которые тратятся на дорогу между городами (переведите в десятичную систему счисления показатели).
3. Найдите общий вес графа.
4. Определите минимальный путь (время) из узла 1 до узла 4.
5. Определите максимальный путь (время) из узла 2 в узел 4

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Задача 2 (Максимум – 25 баллов).

В интеллектуальной системе освещения «Умного города» используются уличные лампы с суперконденсатором C из инновационного материала. Суперконденсатор выступает в качестве источника питания для светодиодной лампы в ночное время. В дневное время, при замкнутом ключе $K_{\text{день}}$ и разомкнутом ключе $K_{\text{ночь}}$, суперконденсатор полностью заряжается в течение дня через инновационную солнечную батарею со сверхвысоким КПД способную подавать напряжение $E=380$ В.

Ночью суперконденсатор, при замкнутом ключе $K_{\text{ночь}}$ и разомкнутом ключе $K_{\text{день}}$ начинает разряжаться, питая светодиодную лампу. Считается, что при разряде

конденсатора напряжение падает равномерно по мере уменьшения заряда. Напряжение на суперконденсаторе ночью, в момент его включения в цепь, соответствует напряжению U_0 . Внутреннее сопротивление лампы позволяет пропускать ток до 50 мА.

Упрощенная схема уличной лампы представлена на рисунке 1. Емкость суперконденсатора $C=10$ Ф. Сопротивление резисторов $R_1=12$ кОм, $R_2=2$ кОм, $R_3=8$ кОм. Свечение светодиода считается достаточным при напряжении на суперконденсаторе не ниже $U_{\text{ниж}}=10$ В.

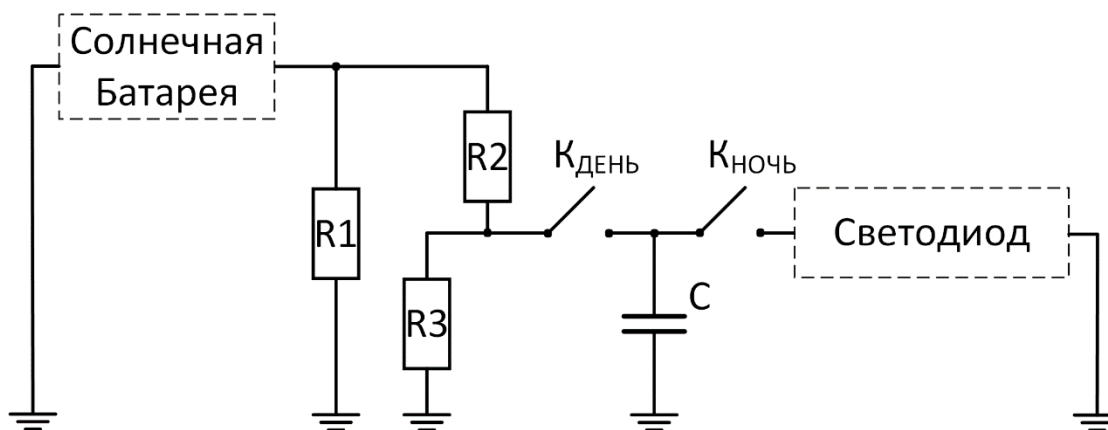


Рисунок 1. Упрощенная схема уличной лампы.

Уличная лампа работает в двух режимах:

1. «Летний» – светодиод потребляет постоянный ток $I_{\text{Л}}=25$ мА с 23:00 до 7:00.
2. «Зимний» – светодиод потребляет постоянный ток $I_{\text{З}_I}=25$ мА с 22:00 до 23:59, $I_{\text{З}_II}=50$ мА с 00:00 до 03:59 и $I_{\text{З}_III}=25$ мА с 04:00 до 8:00.

Вопросы:

1. Какое напряжение U_0 будет на конденсаторе C при наступлении ночи?
2. Какова полная энергия W , накопленная в конденсаторе при начальном напряжении U_0 ?
3. Сколько времени t будет светиться светодиод до падения напряжения на конденсаторе с U_0 до 10 В при постоянном потреблении тока $I=25$ мА?
4. Какое напряжение $U_{\text{Л}}$ будет на конденсаторе в 7:00 при работе в «Летнем» режиме с 23:00 до 7:00?
5. Какое напряжение $U_{\text{З}}$ будет на конденсаторе в 8:00 при работе в «Зимнем» режиме с 22:00 до 8:00?

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Задача 3 (Максимум – 25 баллов).

На шоссе по прямой в одном и том же направлении с постоянной скоростью движутся 3 автономных автомобиля, которые передают друг другу периодические сообщения о своем состоянии. Информация о массе автомобилей, их начальных координатах и скорости дана в таблице 1. Каждый автомобиль оборудован приемо-передатчиком беспроводной связи с мощностью передатчика $P_{tx} = 200$ мВт. С увеличением расстояния между автомобилями, мощность принимаемого сигнала, уменьшается по формуле:

$$P_{rx} = P_{tx} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi D}\right)^2, \text{ где } D - \text{дистанция между парой автомобилей в момент передачи сообщения, } \lambda - \text{длина волны.}$$

Передача сообщений осуществляется 1 раз в секунду на частоте передачи $f = 5,9$ МГц, одинаковой для всех автомобилей (считать, что первое сообщение автомобили отправляют при старте своего движения в точке начальных координат автомобиля, т.е. во время $T_0 = 0$ с.). Считать, что сообщения передаются по беспроводному каналу связи мгновенно и могут быть потеряны из-за причин, не связанных с распространением сигнала.

Таблица 1.

№ авто	X_0 , м	Y_0 , м	V , м/с	M , кг
1	0	0	30	1500
2	500	0	32	2000
3	200	8	34	1500

Результаты успешной передачи сообщений сохраняются в базе данных, которая представлена в таблице 2. Она содержит в себе номер сообщения msgID, номер автомобиля-отправителя txID, номер автомобиля-приемника rxID, дистанцию между парой автомобилей D_{tx} в момент отправки сообщения, временная метка успешного приема и декодирования сообщения T на стороне приемника относительно старта движения автомобилей с точки их начальных координат. Временной интервал движения автомобилей, за которые была собрана база данных, составляет $[0;4]$ секунд с начала движения автомобилей.

Таблица 2.

msgID	txID	rxID	D_{tx} , м	T , с.
0	2	3	???	1
1	1	3	200,16	1
2	3	1	200,16	1
3	1	3	???	2
4	3	1	???	2
5	2	3	???	2
6	1	3	???	3
7	3	1	???	3
8	2	3	292,14	4
9	1	3	???	4
10	3	1	???	4

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какую мощность двигателя должен иметь каждый автомобиль, чтобы поддерживать постоянную скорость, преодолевая только сопротивление воздуха $S = 200 \text{ Н}$?
2. В базе данных произошла ошибка и некоторые значения дистанций между парами автомобилей не было записаны. Найдите недостающие значения дистанций между парами автомобилей (обозначены '???' в таблице 2).
3. Найдите максимальное расстояние между автомобилями, при котором сообщения могут успешно передаваться, если необходимая для успешной передачи и декодирования сообщения минимальная мощность принятого сигнала равняется 10 пВт .
4. Найдите среднюю вероятность успешной передачи сообщений, переданных за временной интервал $[0;4)$ секунды с момента начала движения автомобилей, для всех пар автомобилей с использованием данных из таблицы 2 (шум или другие факторы влияющие на сигнал не учитывать),
5. Пиковый возраст информации сообщений определяется приемником как время между моментом отправки сообщения и его получения. Найдите средний пиковый возраст информации среди всех автомобилей-приемников, получивших сообщения за временной интервал от $[0;4]$ секунды с момента начала движения автомобилей. Если пара автомобилей имеет в базе данных менее двух записей, пиковый возраст информации для этой пары не учитывается при расчетах среднего значения.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Задача 4 (Максимум – 25 баллов).

Имеется 4 датчика: температуры, радиации, магнитного поля и детектор частиц. Каждый из них с вероятностью 0,82 находится в состоянии «Исправен». Центральный процессор опрашивает датчики об их состоянии согласно следующему расписанию:

- Датчик температуры 10 раз в минуту;
- Датчик радиации 1 раз в 2 минуты;
- Датчик магнитного поля 2 раза в минуту;
- Детектор частиц 1 раз в минуту.

От каждого датчика можно получить два сообщения: «Исправен» и «Не исправен». Для этих 8 сообщений строится модель источника. Под моделью источника подразумевают таблицу (см. таб. 1) из двух столбцов: сообщение, частота, с которой центральный процессор получит это сообщение за единицу времени (за 2 минуты).

Сообщение	Частота
датчик температуры исправен	p_1
датчик температуры не исправен	p_2
датчик радиации исправен	p_3
датчик радиации не исправен	p_4
датчик магнитного поля исправен	p_5
датчик магнитного поля не исправен	p_6
датчик частиц исправен	p_7
датчик частиц не исправен	p_8

Таблица 1. Модель источника четырёх датчиков

Ваша задача – рассчитать частоты $p_1, \dots, p_8$ на основании полученных данных о расписании опроса датчиков и вероятности их ответов. Сумма всех частот модели равна 1.

Для модели разрабатывают бинарный код по алгоритму Хаффмана. Алгоритм оптимального префиксного кодирования Хаффмана заключается в следующем:

- Сообщения с более высокой частотой отправки кодируются короткими кодовыми словами, а сообщения с низкой частотой – длинными кодовыми словами. Это позволяет уменьшить общую нагрузку на канал связи с процессором.
- Построение кодовой таблицы Хаффмана заключается в создании дерева, где листьями выступают сообщения. Назовём весом узла его частоту. Вначале для удобства отсортируем сообщения от редких, к более часто используемым.
- Каждый раз из набора выбирается 2 узла с самым маленьким весом. Они заменяются на общий узел с суммарным весом. Процесс повторяется до тех пор, пока все узлы не будут объединены в корень дерева (один единственный узел с весом 1).
- Для создания кодовых слов для сообщений прибегают к маркировке ветвей дерева. Условимся создавать дерево слева направо и ставить маркеры так: на верхнюю ветку 0, на нижнюю – 1. Тогда кодовое слово образуется из последовательности маркеров от корня к листу.

Например, рассмотрим некоторое устройство с пятью сообщениями. Модель источника для данного устройства приведена в таблице 2. Дерево Хаффмана (маркеры обозначены фиолетовым цветом), построенное по такой модели, изображено на рисунке 2. Результатом алгоритма становится кодовая таблица (таблица 3).

Сообщение	Частота
A	0,1
B	0,2
C	0,3
D	0,13
E	0,27

Таблица 2. Модель источника для устройства из примера

Сообщение	Кодовое слово
A	0 0 0
B	0 1
C	1 1
D	0 0 1
E	1 0

Таблица 3. Кодовая таблица для устройства с пятью сообщениями из примера

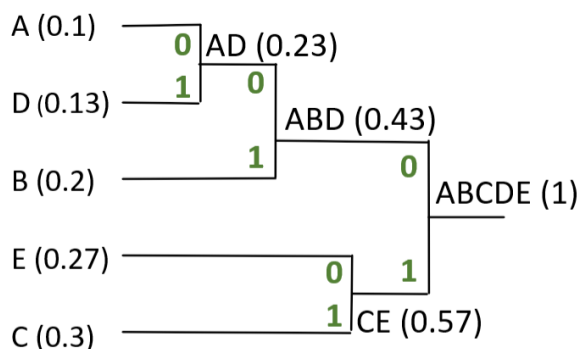


Рис. 2. Дерево Хаффмана для примера

Задания:

- Определите последовательность каких сообщений из таблицы 3 записывается следующей битовой строкой: 10010010111.
- Ответьте на два вопроса:
 - Сколько минимально бит потребуется для кодирования одного из пяти сигналов, если кодировать все сигналы одинаковым количеством бит?
 - На сколько бит больше будет строка, кодирующая последовательность сигналов из задания 1, если ее перекодировать, используя одинаковое количество бит на каждый сигнал?
- Рассчитайте частоты $p_1, \dots, p_8$ сообщений от 4 датчиков, которые получает центральный процессор. В бланк ответов перерисуйте модель источника (таблица 1), заполнив её второй столбец полученными значениями.
- Нарисуйте дерево Хаффмана по модели источника, построенной в задании 3. Определите кодовые слова каждого сигнала. В бланке ответов нарисуйте кодовую таблицу (см. образец – таблица 3).
- Согласно построенной в задании 4 кодовой таблице, закодируйте последовательность сигналов об исправности всех датчиков без разделителей в следующем порядке: «датчик температуры исправен», «датчик радиации исправен», «датчик магнитного поля исправен» и «детектор частиц исправен».

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Задача 5 (Максимум – 25 баллов).

Система управления вентиляцией разработана на основе микроконтроллера Arduino Uno. Работа вентилятора зависит от уровня освещённости, который измеряется при помощи фоторезистора (LDR).

На рисунке 3 представлена монтажная схема разработанного прототипа, она включает в себя микроконтроллер Arduino Uno, резисторы с сопротивлением $R1 = R5 = R6 = 100 \text{ Ом}$, $R2 = 300 \text{ Ом}$, $R3 = 200 \text{ Ом}$, $R4 = 1 \text{ кОм}$, мотор с внутренним сопротивлением $R_{\text{мотор}} = 64 \text{ Ом}$, фоторезистор, вольтметры $V1$, $V2$, амперметр $A1$, а также монтажную плату и соединительные провода. Сопротивление резистора, подключенного к фоторезистору, позволяет получать на аналоговом входе микроконтроллера значения в диапазоне $[6;679]$. На рисунке 4 представлен программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Проанализируйте монтажную схему и программный код, и ответьте на следующие вопросы:

1. Опишите принцип работы фоторезистора и его основную функцию, зачем необходимо подключать резистор к фоторезистору?
2. Объясните работу программного кода построчно, поясните основную логику алгоритма работы микроконтроллера, каким образом используется широтно-импульсная модуляция, какие режимы работы системы реализованы в алгоритме, зачем используется функция `row()`?
3. Перерисуйте монтажную схему в виде электрической схемы цепи (вольтметр $V2$ и фоторезистор с подключенным резистором из электрической схемы исключить). Произведите преобразование электрической схемы для возможности расчета эквивалентного сопротивления, предоставьте преобразованную схему. Чему равняется эквивалентное сопротивление электрической цепи, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В (максимальная освещенность)?
4. Чему равняется показание амперметра $A1$, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В?
5. Чему равняются показания вольтметра $V1$, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В?

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

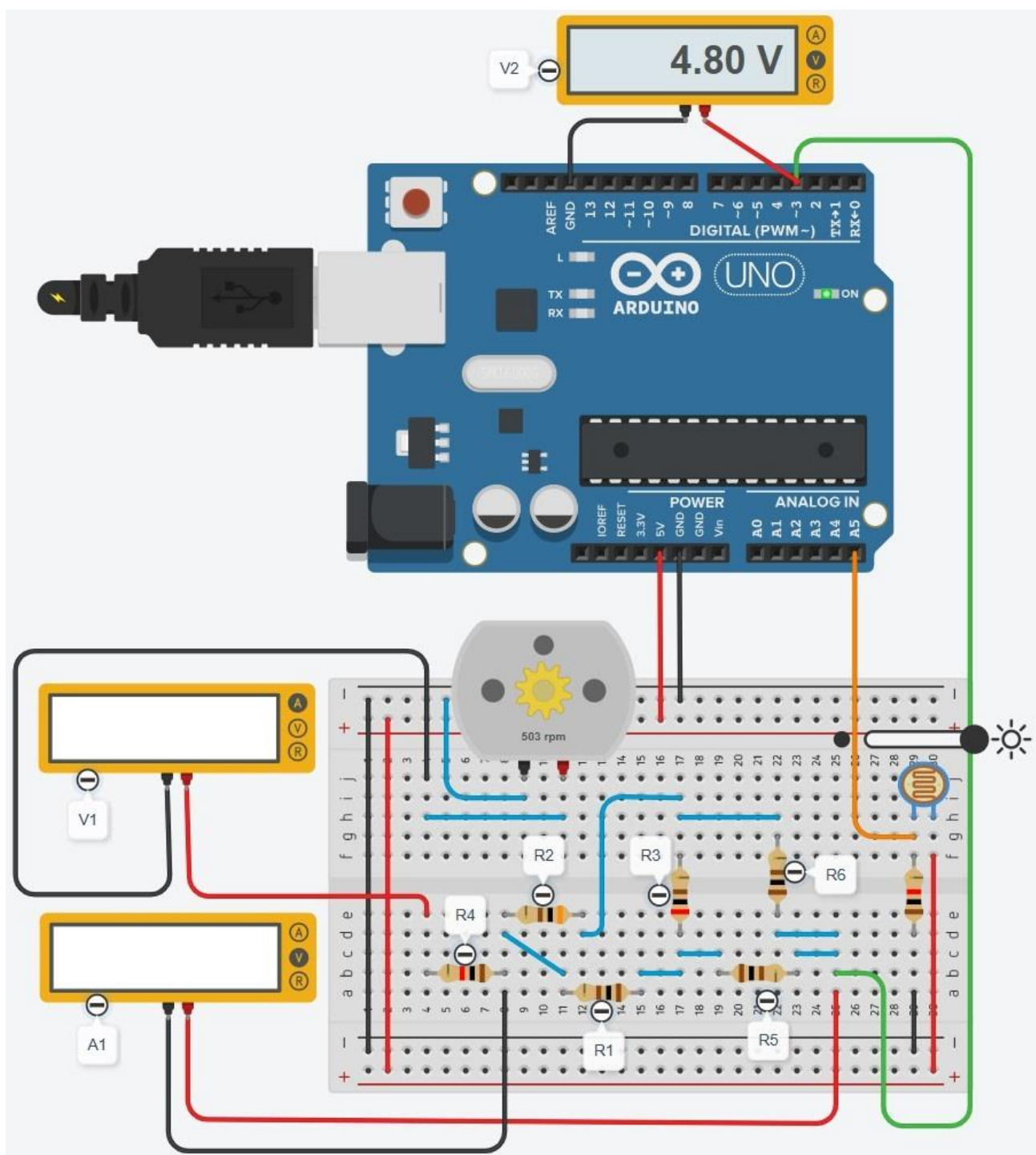


Рисунок 3. Монтажная схема



The image shows a screenshot of an Arduino IDE code editor. At the top, there is a toolbar with a dropdown menu set to 'Текст' (Text), and icons for saving, opening, and font settings. The code is written in C++ and is numbered from 1 to 41. It defines constants for pins and sensor values, sets up the pins in the setup() function, and implements a loop() function that reads the sensor value, scales it based on its range, normalizes it, and writes it to a PWM pin with a delay of 1000ms.

```
1  const int ldrPin = A5;
2  const int pwmPin = 3;
3  int sensorValue = 0;
4  const float sensorValueMax = 606.0;
5  const float sensorValueMin = 6.0;
6  const float sensorValueDelta = (sensorValueMax -
7                                  sensorValueMin) / 3;
8  float normalizedValue = 0;
9  int pwmValue = 0;
10 float scaleFactor = 1;
11
12 void setup() {
13   pinMode(ldrPin, INPUT);
14   pinMode(pwmPin, OUTPUT);
15   Serial.begin(9600);
16 }
17
18 void loop() {
19
20   sensorValue = analogRead(ldrPin);
21
22   if (sensorValue < sensorValueDelta) {
23     scaleFactor = 0.5;
24   }
25   else if (sensorValue >= sensorValueDelta &&
26           sensorValue < 2*sensorValueDelta) {
27     scaleFactor = 1;
28   }
29   else if (sensorValue >= 2*sensorValueDelta) {
30     scaleFactor = 2;
31   }
32
33   normalizedValue = (sensorValue - sensorValueMin)/
34                     (sensorValueMax - sensorValueMin);
35   normalizedValue = constrain(normalizedValue, 0.0, 1.0);
36   pwmValue = int(pow(normalizedValue, scaleFactor) * 255);
37
38   analogWrite(pwmPin, pwmValue);
39
40   delay(1000);
41 }
```

Рисунок 4. Программный код, загруженный в память Arduino Uno.