

Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!



Сбер – лидер по созданию инноваций, которые эффективно интегрируются в жизнь людей.

Поздравляем – ты являешь участником заключительного этапа олимпиады по направлению «Инженерные науки».

Вперед к наукоемким технологиям! Желаем тебе блистательной победы!

Время выполнения – 200 минут.

Пишите разборчиво. Ответ пишите на странице с соответствующим номером вопроса. Если используете дополнительный лист, обязательно напишите об этом на основном листе ответа. Если не знаете ответа, ставьте прочерк. Черновики не оцениваются.

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Приступая к выполнению заданий, вы подтверждаете, что профиль и класс заданий соответствуют сведениям, указанным вами при регистрации.

(Максимальное количество баллов – 100)

Задача 1 (Максимум – 25 баллов).

В учебном кампусе проектируют ориентированную оптоволоконную сеть между четырьмя узлами связи №1, №2, №3 и №4. Наличие канала задано логическими выражениями: если выражение истинно (равно 1), то ребро существует, иначе — нет. Дано: $A=1$, $B=0$, $C=1$, $D=0$. Операции: $*$ — И, $+$ — ИЛИ, $\oplus$ — XOR, $\neg$ — НЕ. Элементы главной диагонали

Матрица (логические выражения):

	1	2	3	4
1	$(A \oplus B) * C$	$(A + C) * \neg D$	$(B + D) \oplus A$	$(\neg B) * C$
2	$(A * D) + C$	$\neg(A * B)$	$(A \oplus C) * D$	$(B + C) + D$
3	$(\neg D) \oplus (A * B)$	$(A + D) * C$	$(\neg A) + D$	$(A \oplus B) + C$
4	$(B \oplus D) + A$	$(C * D) \oplus A$	$\neg(B + D)$	$(A * C) + \neg B$

Если ребро существует, то его вес (в часах) задан в двоичной системе. Для отсутствующих рёбер вес равен 0.

Матрица весов (в двоичной системе):

	1	2	3	4
1	0_2	101101_2	10010_2	11101_2
2	100111_2	0_2	0_2	1100_2
3	101011_2	1110_2	0_2	10011_2
4	11010_2	111001_2	1010_2	0_2

Ответьте на вопросы:

- 1) По логическим выражениям определите количество ориентированных рёбер в графе (без петель).
- 2) Переведите все ненулевые веса в десятичную систему и найдите максимальный вес ребра.
- 3) Найдите максимальную и минимальную степень вершин и запишите число, полученное конкатенацией max и min.
- 4) Найдите общий вес графа (сумма весов всех существующих рёбер в десятичной системе).
- 5) Определите минимальный вес пути из узла 1 в узел 4.

В ответы вносите целые числа, полученные при решении.

Решение

1. Значения выражений при $A=1$, $B=0$, $C=1$, $D=0$ дают матрицу смежности (без диагонали): $[[0,1,1,1],[1,0,0,1],[1,1,0,1],[1,1,1,0]]$. Число рёбер: 11.

2. Перевод весов в десятичную: $101101_2=45$, $10010_2=18$, $11101_2=29$, $100111_2=39$, $1100_2=12$, $101011_2=43$, $1110_2=14$, $10011_2=19$, $11010_2=26$, $111001_2=57$, $1010_2=10$.
Максимальный вес: 57.
3. Степени вершин (вход+выход): $v_1=6$, $v_2=5$, $v_3=5$, $v_4=6 \rightarrow \max=6$, $\min=5 \rightarrow 65$.
4. Общий вес графа: 312, так как $45+18+29+39+12+43+14+19+26+57+10 = 312$
5. Кратчайший путь $1 \rightarrow 4$: прямое ребро с весом 29 (альтернативы длиннее).

Ответы

- 1) 11
- 2) 57
- 3) 65
- 4) 312
- 5) 29

Критерии оценивания:

- Правильный ответ в пункте - 5 баллов.
- Если допущены серьезные логические/алгебраические ошибки, то 1 балл за пункт.

Задача 2 (Максимум – 25 баллов).

В лабораторном макете для исследования оптического интерферометрического сенсора используется схема представленная на рисунке 1. Номиналы сопротивлений $R1 = 4 \text{ кОм}$, $R2 = 1,5 \text{ кОм}$, $R3 = 4 \text{ кОм}$, $R4 = 3,3 \text{ кОм}$, $R5 = 1,5 \text{ кОм}$, $R6 = 7 \text{ кОм}$, $R7 = 6 \text{ кОм}$, $R8 = 12 \text{ кОм}$.

Номиналы емкостей конденсаторов $C1 = 0,4 \text{ мкФ}$, $C2 = 20 \text{ нФ}$, $C3 = 30 \text{ нФ}$. Напряжение источника ЭДС $U = 15 \text{ В}$. В рамках калибровки сенсора необходимо определить значения электрических параметров схемы для установившегося режима (после завершения переходных процессов).

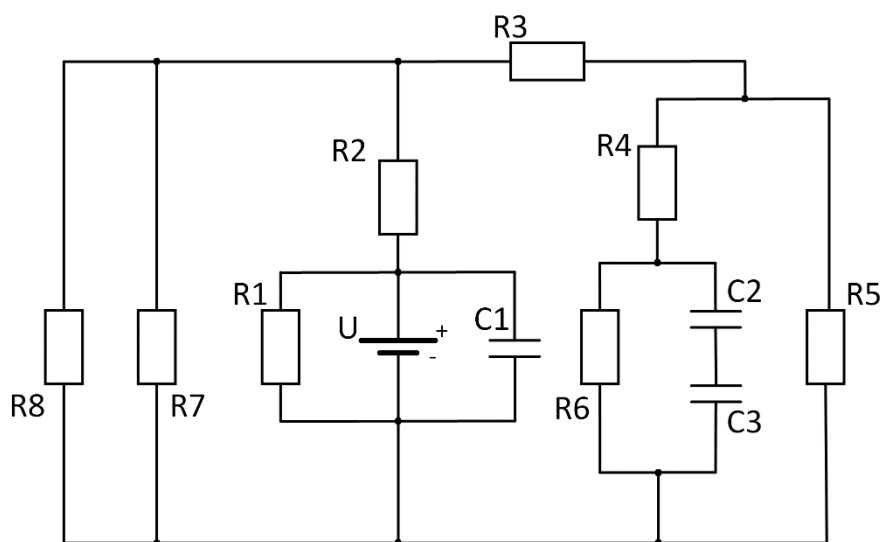


Рисунок 1. Электрическая схема.

Вопросы:

1. Определите значение тока через источник U .
2. Определите падение напряжения на конденсаторе $C1$.
3. Определите падение напряжения на сопротивление $R7$.
4. Определите ток через сопротивление $R6$.
5. Определите заряд ($Q2$) на конденсаторе $C2$.
6. Определите энергию ($W3$) конденсатора $C3$.

Критерий оценивания:

1. Формулы для расчета эквивалентных сопротивлений записаны верно – +4 балла
2. Значение тока через источник ЭДС рассчитано верно – +2 балла
3. Приведена верная аргументация, почему значение падения напряжения на конденсаторе $C1$ соответствует напряжению источника ЭДС – +2 балла
4. Значение падения напряжения на конденсаторе $C1$ определено верно – +1 балл

5. Приведены верные формулы для расчета падения напряжения на сопротивление R7 или приведена верная аргументация о падении напряжения на сопротивление R7 – +2 балла
6. Значение падения напряжения на сопротивление R7 определено верно – +2 балла
7. Формулы для определения тока через сопротивление R6 записаны верно – +2 балла
8. Значение тока через сопротивление R6 определено верно – +2 балла
9. Формула для определения заряда конденсатора через емкость записана верно – +2 балла
10. Значение заряда на конденсаторе C2 определено верно – +2 балла
11. Формула для энергии конденсатора записана верно – +2 балла
12. Значение энергии конденсатора C3 определено верно – +2 балла

Ответы:

1. 7,72 мА.
2. 15 В.
3. 9,05 В.
4. 216,67 мкА.
5. 18,2 нКл.
6. 5,52 нДж.

Решение

1. В задании сказано, что необходимо определить значение электрических параметров после завершения переходных процессов, то есть, когда конденсаторы полностью зарядятся. Это означает, что конденсаторы C1, C2 и C3 можно представить в виде разрыва цепи. Проведем расчеты для такой схемы. Значение тока через источник напряжения можно рассчитать через эквивалентные сопротивления.

$$R_{78} = \frac{R7 \cdot R8}{R7 + R8} = \frac{6000 \cdot 12000}{6000 + 12000} = 4000 \text{ Ом}$$

$$R_{456} = \frac{R46 \cdot R5}{R46 + R5} = \frac{10300 \cdot 1500}{10300 + 1500} \approx 1309,32 \text{ Ом}$$

$$R_{345678} = \frac{R3456 \cdot R78}{R3456 + R78} = \frac{5309,32 \cdot 4000}{5309,32 + 4000} \approx 2281,29 \text{ Ом}$$

$$R = \frac{R1 \cdot R2345678}{R1 + R2345678} = \frac{4000 \cdot 3781,29}{4000 + 3781,29} \approx 1943,76 \text{ Ом}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{15}{1943,76} \approx 7,72 \text{ мА}$$

2. Падение напряжения на конденсаторе C1 соответствует падению напряжения на резисторе R1 и напряжению источника, то есть 15 В.
3. Резисторы R7, R8 и R3456 подключены параллельно и на них падает одинаковое напряжение. Определим ток протекающий через этот участок цепи, он будет такой

же, как и через резистор R2, так как он подключен последовательно к рассматриваемому участку цепи:

$$I_{R2345678} = I_{R345678} = \frac{U}{R2345678} = \frac{15}{3781,29} \approx 3,97 \text{ мА}$$
$$U_{R7} = I_{R2345678} \cdot R345678 = 0,00397 \cdot 2281,29 \approx 9,05 \text{ В}$$

4. Ток через резистор R6 определяется через ток протекающий участке цепи R4-R6:

$$I_{R3456} = \frac{U_{R7}}{R3456} = \frac{9,05}{5309,32} \approx 1,704 \text{ мА}$$
$$U_{46} = I_{R3456} \cdot R456 = 0,001704 \cdot 1309,32 \approx 2,231 \text{ В}$$
$$I_{R46} = \frac{U_{46}}{R46} = \frac{2,26}{10300} \approx 0,21667 \text{ мА}$$

5. Так как конденсатор C2 подключен последовательно к конденсатору C3, то у обоих конденсаторов будет одинаковый заряд. Рассчитаем эквивалентную емкость конденсаторов:

$$C_{23} = \frac{C1 \cdot C2}{C1 + C2} = \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 30 \cdot 10^{-9}}{20 \cdot 10^{-9} + 30 \cdot 10^{-9}} = 12 \text{ нФ}$$

$$U_6 = I_{R46} \cdot R6 = 0,00021667 \cdot 7000 \approx 1,517 \text{ В}$$

Заряд определяется по следующей формуле:

$$Q_{C2} = Q_{C3} = U_{R6} C_{23} = 1,517 \cdot 12 \cdot 10^{-9} \approx 18,2 \text{ нКл}$$

6. Энергия конденсатора определяется по формуле:

$$W_{C3} = \frac{Q_{C3}^2}{2 \cdot C3} = \frac{(18,2 \cdot 10^{-9})^2}{2 \cdot 30 \cdot 10^{-9}} \approx 5,52 \text{ нДж}$$

Задача 3 (Максимум – 25 баллов).

На заводе работает конвейер, создающий вибрацию, которая генерирует звуковую волну определённой частоты. Пять сенсоров (S1–S5) расположены вдоль конвейера с шагом 1 метр. Каждый сенсор измеряет амплитуду вибрации (целое число от 0 до 7), которая пропорциональна уровню звукового давления в данной точке. Контроллер преобразует показания в битовую матрицу В размером 5×3 (строка – двоичный код уровня, 3 бита, старший слева).

Логический блок контроллера анализирует не сами уровни, а паттерны в матрице В и определяют значение трёх флагов за 1, если выполнены соответствующие условия:

- Флаг «Резонанс»: $R = 1$, если хотя бы в двух соседних строках матрицы В все три бита совпадают.
- Флаг «Скачок»: $J = 1$, если сумма первых битов всех строк больше суммы последних битов всех строк.
- Флаг «Разбаланс»: $D = 1$, если количество строк, где средний бит равен 1, отличается от количества строк, где крайние биты дают сумму 1.
- Флаг «Колонка»: $C = 1$, если в каждом столбце матрицы В количество единиц чётно.

Сигнал остановки конвейера STOP формируется как:

$$STOP = (R \rightarrow J) \vee (D \wedge \neg C) \rightarrow ((\neg R \wedge C) \vee (J \rightarrow D))$$

В момент проверки сенсоры показали уровни (в десятичной системе), которые занесены в таблицу 1.

Таблица 1	
Сенсор	Уровень
S1	5
S2	2
S3	7
S4	4
S5	1

Задания:

- 1) Постройте матрицу В по указанным данным, определите значения флагов. Остановится ли конвейер?
- 2) Известно, что звуковая волна имеет длину волны $\lambda = 4$ м. Сенсоры расположены вдоль направления распространения волны. Определите, в какой фазе находится колебание в точке S3 относительно точки S1. Ответ выразите в градусах.
- 3) Найдите равносильную заданной булевой функции STOP в виде минимальной дизъюнкции конъюнктов. Определите количество бит в матрице В, для которых справедливо «если изменить значение бита, то сигнал STOP изменился на противоположный».

Ответы:

- 1) Да
- 2) 180 (противофаза)
- 3) 0

Решения:

- 1) Матрица В представлена ниже. Расчетные флаги: $R = 0$, $J = 0$, $D = 0$, $C = 0$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$STOP = ((0 \rightarrow 0) \vee (0 \wedge \neg 0)) \rightarrow ((\neg 0 \wedge 0) \vee (0 \rightarrow 0)) = 1 \rightarrow 1 = 1$$

2) Расстояние S3 от S1 – $\Delta x = 2$ метра. Разность фаз $\Delta \varphi = (2\pi \cdot \Delta x / \lambda) = \pi$

3) Преобразуем функцию

$$STOP = ((R \rightarrow J) \vee (D \wedge \neg C)) \rightarrow ((\neg R \wedge C) \vee (J \rightarrow D)) = \neg J + D + \neg RC$$

Чтобы $STOP = 0$, требуется одновременно $J = 1, D = 0, (R = 1$ или $C = 0)$.

J: Достаточно увеличить сумму первых битов на 1 или уменьшить сумму последних на 1.

Для этого есть 5 возможных позиций ($b_{21}, b_{51}, b_{13}, b_{33}, b_{53}$) при этом

D: не должно измениться

R и C сейчас устраивает, но если значение одного изменится (хотя бы в двух соседних строках все три бита совпадут или во всех столбцах станет чётное число 1), то надо контролировать, что сохранится значение другого.

Проверим выявленные пять бит, приведут ли их изменения к $STOP = 0$

b_{21} : R = 0, J = 1, D = 1, C = 0. STOP = 1

b_{51} : R = 0, J = 1, D = 1, C = 0. STOP = 1

b_{13} : R = 0, J = 1, D = 1, C = 0. STOP = 1

b_{33} : R = 0, J = 1, D = 1, C = 0. STOP = 1

b_{53} : R = 0, J = 1, D = 1, C = 0. STOP = 1

Нет не приводят, значит, нет таких бит, подходящих под условие задачи.

Регламент проверки

Номер задания	Макс балл	Начисления баллов	Штрафы
1	8	○ Построена матрица B (5×3) в двоичном виде: 2 балла ○ Верно вычислен флаг: по 1 баллу за каждый флаг ○ Определено значение STOP: 2 балла	В матрице допущена ошибка (неверный перевод каждого числа): -1 балл Некорректные вычисления флагов (даже не влияющие на итог): -1 балл
2	7	○ Приведена формула разности фаз $\Delta \varphi$: 3 балла ○ Вычислено расстояние Δx: 2 балл ○ Получен ответ в градусах: 2 балла	Вычислительная ошибка, ошибка в преобразованиях или размерностях: -1 балл.

3	10	○ Преобразована функция STOP к кратчайшему ДНФ: 4 балла ○ Определены условия для STOP=0: 2 балла ○ Выполнен анализ изменения бит, приводящих к смене STOP: 3 балла ○ Указано количество таких бит: 1 балл	Ошибка в булевом преобразовании: -2 балла Неверный (или отсутствующий) анализ влияния каждого столбца матрицы на флаг: -1 балл
---	----	--	--

Задача 4 (Максимум – 25 баллов).

По широкой реке, скорость течения которой составляет $U = 2_{10}$ км/ч, движутся два патрульных катера. Катер А поднимается по течению вверх, катер В идет вниз по течению. В начальный момент времени с катера А запускается дрон-разведчик. Он начинает непрерывно курсировать между катерами, пока те не встретятся.

Известно, что скорость патрульных катеров в стоячей воде $V = 12_{16}$ км/ч, скорость дрона относительно воздуха $V_{\text{дрон}} = 11110_2$ км/ч. Начальное расстояние между катерами А и В по реке составляет $L = 74_8$ км.

Найдите:

1. Время полёта дрона до первой встречи с катером В.
2. Расстояния, пройденные дроном до встречи с катером В и обратно до катера А.
3. Общий путь, пройденный дроном при старте с катера А.
4. Общий путь, пройденный дроном, если дрон стартовал бы с катера В.
5. Какое количество раз дрон сделает полный цикл перемещения при старте с катера А (катер А – катер В – катер А).

Ответы выразите в десятичной системе счисления.

Решение.**Вопрос 1.****1. Подготовка данных (в десятичной системе)**

- Скорость течения (U): $2_{10} = 2$ км/ч.
- Собственная скорость катеров (V): $12_{16} = 18$ км/ч.
- Собственная скорость дрона $V_{\text{др}} : 11110_2 = 30$ км/ч.
- Начальное расстояние (L): $74_8 = 60$ км.

2. Определение скоростей объектов относительно берега

«Вверх по течению» означает движение от устья реки к её истоку, то есть против движения воды. Это перемещение из нижней части реки в верхнюю, более высокую по рельефу, часто требующее больше усилий, чем движение по течению.

- Катер А (идет против течения (вверх по течению): $V_A = V - U = 18 - 2 = 16$ км/ч.
- Катер В (идет по течению (вниз по течению): $V_B = V + U = 18 + 2 = 20$ км/ч.
- Скорость сближения катеров: $V_{\text{сбл}} = V_A + V_B = 16 + 20 = 36$ км/ч.
- Общее время до встречи катеров: $T_{\text{общ}} = \frac{L}{V_{\text{сбл}}} = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$ часа (или 1 час 40 минут).

3. Время полета до первой встречи с катером В

Течение реки никак не влияет на скорость дрона относительно земли. Дрон — это не лодка, он не опирается на воду. Также нужно отметить, что дрон не является водным, т.к. он “летит” из условия задачи.

Дрон летит от А к В (навстречу В).

- Скорость сближения: $V_{сбл1} = V_{др} + V_B = 30 + 20 = 50$ км/ч.
- Время: $t_1 = 60/50 = 1,2$ часа.

Вопрос 2 и 5.

1. Расстояние до первой встречи с В и обратно до А:

- Путь до В: $S_1 = V_{др} \cdot t_1 = 30 \cdot 1,2 = 36$ км
- Путь обратно к катеру А:

К моменту $t_1 = 1,2$ ч, катер А прошел $16 \cdot 1,2 = 19,2$ км.

Расстояние между дроном и катером А в этот момент: $36 - 19,2 = 16,8$ км.

Теперь дрон и катер А летят/идут навстречу друг другу.

Скорость сближения: $V_{сбл2} = V_{др} + V_A = 30 + 16 = 46$ км/ч.

Время на обратный путь: $t_2 = \frac{16,8}{46} \approx 0,365$ ч.

Путь обратно: $S_2 = 30 \cdot \frac{16,8}{46} \approx 10,96$ км

Суммарно за первый цикл дрон пролетел $36 + 10,96 = 46,96$ км

2. По аналогии для следующих циклов можно найти значения пройденного расстояния при сокращении дистанции между катерами. Поскольку расстояние между катерами стремится к нулю геометрически, а время каждого цикла сокращается ещё быстрее, в теоретической физической модели (где дрон — материальная точка и разворачивается мгновенно) **количество циклов будет бесконечным** (Парадокс Зенона) (ответ на вопрос 5).

3. Запишем математическую модель (рекурсия)

Пусть L_n — расстояние между катерами в начале очередного цикла (старт с А).

- Путь к катеру В: Дрон и катер В сближаются со скоростью $V_{сбл1} = 30 + 20 = 50$ км/ч.

Время: $t_{1n} = L_n/50$

За это время катера сближаются на расстояние: $\Delta L_1 = 36 \cdot (L_n/50) = 0,72L_n$

Остаток расстояния между катерами: $L'_n = L_n - 0,72L_n = 0,28L_n$

- Путь обратно к А: Дрон и катер А сближаются со скоростью $V_{сбл2} = 30 + 16 = 46$ км/ч.

Время: $t_{2n} = (0,28L_n)/46$

За это время катера сближаются ещё на: $\Delta L_2 = 36 \cdot (0,28L_n/46) \approx 0,21913L_n$

Для 10 циклов можно получить следующую таблицу:

№ цикла	Дистанция в начале цикла (L_n), км	Путь к В (S_{n1}), км	Путь к А (S_{n2}), км	Весь путь за цикл, км	Накопленный путь, км
1	60,00	36,0000	10,9565	46,9565	46,9565
2	3,6522	2,1913	0,6671	2,8584	49,8149
3	0,2223	0,1334	0,0406	0,1740	49,9889
4	0,0135	0,0081	0,0025	0,0106	49,9995
5	0,0008	0,0005	0,0001	0,0006	$\approx 50,000$
6	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00003	0,00001	0,00004	$\approx 50,000$
7	$3 \cdot 10^{-6}$	0,000002	0,0000005	0,0000025	$\approx 50,000$
8	$1,8 \cdot 10^{-7}$	...	...	...	$\approx 50,000$
9	$1,1 \cdot 10^{-8}$	...	...	...	$\approx 50,000$
10	$6,8 \cdot 10^{-10}$	≈ 0	≈ 0	≈ 0	$\approx 50,000$

Из таблицы мы видим, что после 6 цикла расстояние достаточно мало:

- Цикл 6: Дистанция 4,8 см. Длина спички.
- Цикл 7: Дистанция 3 мм. Размер муравья.
- Цикл 8: Дистанция 0,18 мм. Толщина волоса.
- Цикл 9: Дистанция 11 мкм. Размер клетки крови (эритроцита).

Вопрос 3 и 4.

Как можно видеть из таблицы выше, расстояние, которое проходит дрон, при бесконечном количестве циклов стремится к 50 км для обоих случаев (неважно с какого катера запускается дрон, т.к. он летит по воздуху без сопротивления).

Доказательство: Расстояние — это всегда произведение скорости на время: $S = V \cdot t$

1. Скорость дрона $V_{др}$: Мы установили, что дрон летит по воздуху. Ветер не упоминается, значит, его путевая скорость относительно берега постоянна и равна 30 км/ч в любом направлении.
2. Время движения (Т): Дрон находится в воздухе ровно столько времени, сколько требуется катерам, чтобы встретиться.
 - Катера сближаются со скоростью $V_{сбл} = V_A + V_B = 16 + 20 = 36$ км/ч.

- Начальное расстояние между ними $L = 60$ км.
 - Время до их встречи: $T = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$ часа (или 100 минут).
3. Расчет пути: Совершенно неважно, сколько раз дрон разворачивался. Важно, что он непрерывно летел 100 минут со скоростью 30 км/ч.

$$S_{\text{общ}} = V_{\text{др}} \cdot T = 30 \cdot \frac{5}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ км.}$$

Критерии оценки

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	6	Проведен перевод всех значений правильно в 10-чную СС: 2 б. Определены верно скорости катеров относительно берега: 2 б. Определена верно скорость сближения катера В и дрона: 1 б. Определена верно время первой встречи дрона и катера В: 1 б.
2,5	14	Определено верно расстояние, которое проходит дрон для первого цикла движения: 3 б. Сделан вывод, что расстояние между катерами стремится к нулю геометрически: 3 б. Построена математическая модель рекурсии, описывающая движение дрона ИЛИ эмпирически продемонстрирован эффект геометрической прогрессии (описано несколько циклов и сделан вывод): 4 б. Определено, что количество циклов дрона с точки зрения математической модели стремится к бесконечности: 4 б.
3,4	5	Сделан правильный логический вывод, что пройденное дроном расстояние не зависит от точки запуска: 3 б. Определено верно время встречи катеров: 1 б. Определено расстояние, которое дрон проходит: 1 б.

Задача 5 (Максимум – 25 баллов).

Вы разрабатываете прототип системы для автоматического управления вентилирования помещения. Arduino Uno обрабатывает полученные данные об интенсивности освещения и принимает решение об регуляции открытия клапанов системы вентиляции, реализованных на базе сервоприводов.

На рисунке 2 представлена монтажная схема разработанного прототипа, она включает в себя микроконтроллер Arduino Uno, резисторы с сопротивлением $R1 = 300 \text{ Ом}$, $R2 = 500 \text{ Ом}$, $R3 = 3 \text{ кОм}$, $R4 = 600 \text{ Ом}$, $R5 = 3 \text{ кОм}$, $R6 = 300 \text{ Ом}$, идеальный вольтметр $V1$, идеальный амперметр $A1$, сервопривод, фоторезистор (погрешность показаний – 1%), два ключа $K1$ и $K2$ (изначально ключи разомкнуты, на схеме находятся в нижнем положении), а также монтажную плату и соединительные провода. На рисунке 3 представлен программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Проанализируйте монтажную схему и программный код, и ответьте на следующие вопросы:

1. Перерисуйте монтажную схему в виде электрической схемы цепи (сервопривод из электрической схемы исключить). Чему равняется эквивалентное сопротивление делителя напряжения, составленного из резисторов (без учета фоторезистора)?
2. Чему равняется показания амперметра $A1$ и вольтметра $V1$ при замкнутом ключе $K1$ и разомкнутом ключе $K2$?
3. Поясните, какую функцию играет делитель напряжения, составленный из резисторов, при замкнутом ключе $K2$ и разомкнутом ключе $K1$? Как это отражено в программном коде?
4. Используя представленный код, поясните, как сформировано сообщение, которое отправляется в последовательный порт (должна быть пояснена каждая строчка кода, влияющая на формирование сообщения).
5. Учитывая, что при минимальном освещении фоторезистор передает на программный контроллер значение 1011, определите значения сопротивления фоторезистора, амперметра $A1$ при замкнутом ключе $K2$ и разомкнутом ключе $K1$, если сервопривод повернулся на 19 градусов относительно начального положения (когда ключ $K2$ разомкнут), а вольтметр $V1$ показывает 203 мВ.

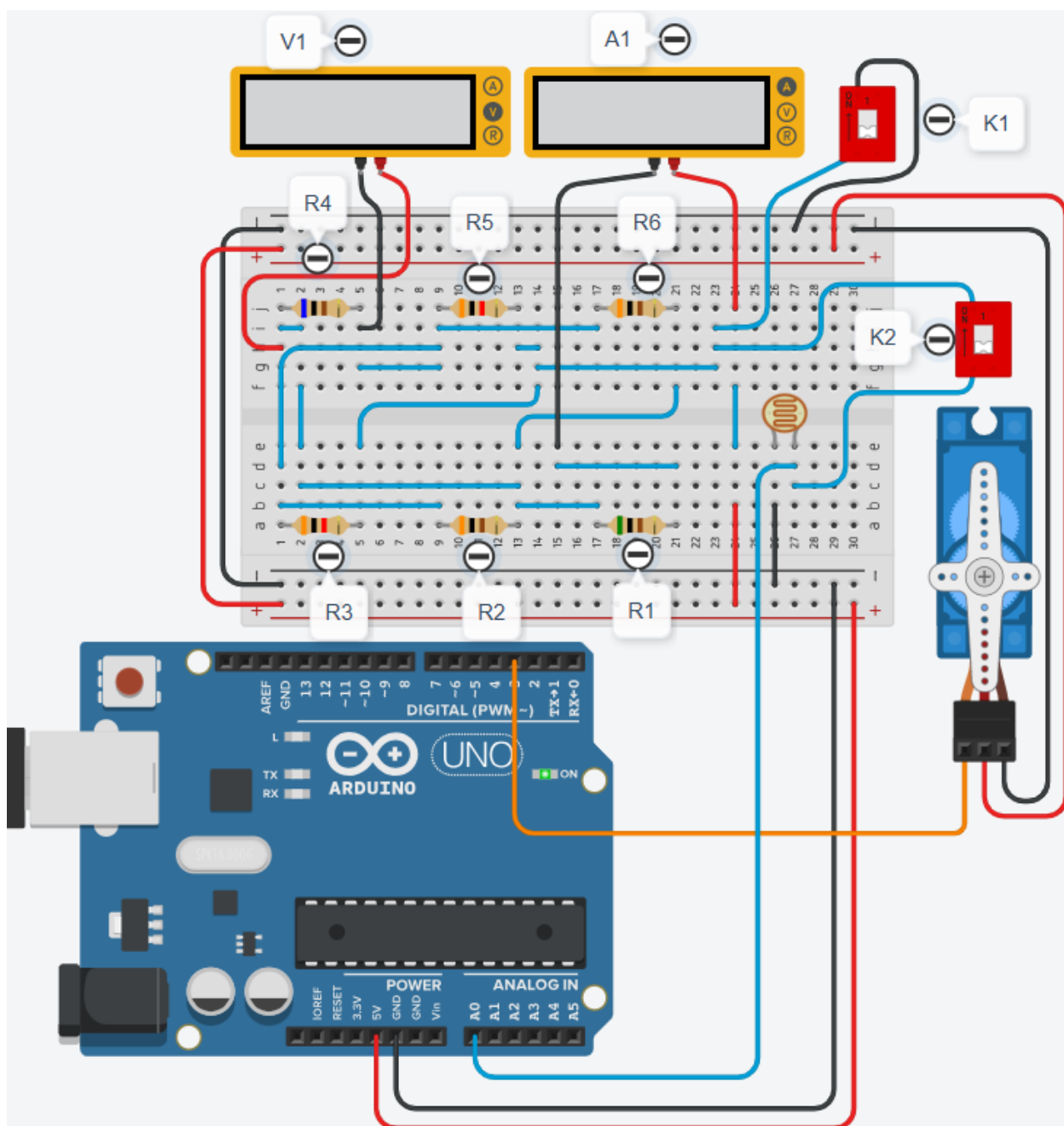


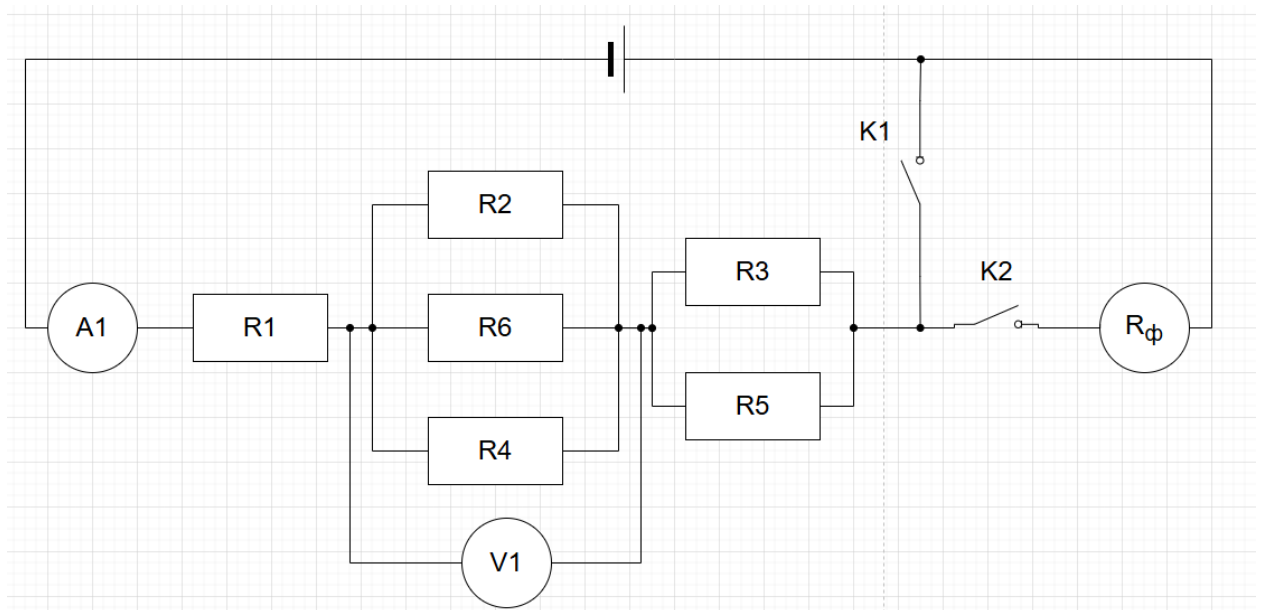
Рисунок 2. Монтажная схема

```
1  #include <Servo.h>
2  const int lightSensorPin = A0;
3  const int servoPin = 3;
4  Servo myServo;
5
6  void setup() {
7      myServo.attach(servoPin, 500, 2500);
8      pinMode(lightSensorPin, INPUT);
9      Serial.begin(9600);
10 }
11
12 void loop() {
13     int lightValue = analogRead(lightSensorPin);
14     int servoAngle = map(lightValue, 197, 1011, 180, 0);
15     myServo.write(servoAngle);
16     Serial.print("Light Value: ");
17     Serial.print(lightValue);
18     Serial.print(" | Servo Angle: ");
19     Serial.println(servoAngle);
20     delay(500);
21 }
```

Рисунок 3. Программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Решение.

Вопрос 1.



$$R_{\text{экв}} = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} \right)^{-1} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 1942.86 \text{ Ом}$$

Вопрос 2.

Запишем закон Ома:

$$I = U / R_{\text{экв}}$$

Подставим значения для получения значения A1, который измеряет ток в цепи:

$$I = 5 / 1942.86 = 2.57 \text{ мА}$$

Для получения V1 также воспользуемся законом Ома:

$$V_1 = I * R_{2,4,6} = I * \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} \right)^{-1} = 2.57 * 142.86 \approx 368 \text{ мВ}$$

Вопрос 3.

При замыкании ключа K2 (справа на макетной плате) в цепь включается фоторезистор. Он подключается последовательно к блоку резисторов, который мы рассматривали ранее. Функция данного делителя — преобразование изменения освещенности в изменение напряжения.

Так как сопротивление фоторезистора меняется в зависимости от интенсивности света, меняется и коэффициент деления напряжения. Arduino считывает это переменное напряжение на порту A0, что позволяет микроконтроллеру «понимать», насколько светло в помещении.

Вопрос 4.

Формирование сообщения в последовательный порт: В языке Arduino за передачу данных в порт отвечает объект `Serial`. Сообщение формируется в блоке `void loop()` и отправляется каждые 500 миллисекунд.

Разбор каждой строки, влияющей на сообщение:

1. `int lightValue = analogRead(lightSensorPin);` (строка 13)
 - Микроконтроллер считывает напряжение с аналогового входа A0 (куда подключен делитель напряжения с фоторезистором).
 - Это значение преобразуется в число от 0 до 1023. Оно является первой динамической частью сообщения.
2. `int servoAngle = map(lightValue, 197, 1011, 180, 0);` (строка 14)
 - Программа масштабирует полученное значение освещенности в угол поворота сервопривода (от 0 до 180 градусов).
 - Это число является второй динамической частью сообщения.
3. `Serial.print("Light Value: ");` (строка 16)
 - Команда отправляет в порт статичную текстовую строку-метку: "Light Value: ".
 - Метод `.print` не переводит курсор на новую строку, поэтому следующее значение отобразится сразу за текстом.
4. `Serial.print(lightValue);` (строка 17)
 - В порт отправляется численное значение переменной `lightValue` (интенсивность света), считанное в строке 13.
5. `Serial.print(" | Servo Angle: ");` (строка 18)
 - Добавляется разделитель " | " и вторая текстовая метка для наглядности вывода.
6. `Serial.println(servoAngle);` (строка 19)
 - В порт отправляется вычисленное значение угла `servoAngle`.
 - Использование метода `.println` (от англ. *print line*) добавляет в конце символ переноса строки. Благодаря этому каждое новое измерение через полсекунды начнется с новой строки.

В мониторе порта пользователь видит строку следующего формата:

Light Value: [число] | Servo Angle: [число]

Вопрос 5.

Значение A_1 можно легко найти, используя закон Ома из пункта 2.

$$I_{new} = V_1 / R_{2,4,6} = V_1 / \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} \right)^{-1} = 203 / 142.86 = 1.42 \text{ мА}$$

При включении фоторезистора эквивалентное сопротивление цепи меняется. Нужно определить какое значение напряжения мы имеем на пине A_0 , после того, как сервопривод повернулся на 19 градусов.

Из кода видно, что изначальное положение сервопривода 180 градусов, следовательно при повороте на 19 градусов в монитор последовательного порта будет выводиться 161 градус.

Для определения значения напряжения нужно использовать строку 14 (`int servoAngle = map(lightValue, 197, 1011, 180, 0)`)

Получим значение $lightValue = 197 + \frac{1011 - 197}{180} * 19 \approx 283$

Arduino Uno имеет 10-битный АЦП, который разделяет диапазон опорного напряжения (по умолчанию **5 В**) на $2^{10} = 1024$ равных деления (от 0 до 1023).

Формула выглядит так:

$$U = \frac{lightValue \cdot U_{ref}}{1023}$$

Где:

- $lightValue$ — значение из монитора порта (в вашем случае **283**).
- U_{ref} — опорное напряжение (для большинства схем Arduino Uno это **5 В**).
- 1023 — максимальное значение, которое может выдать 10-битный АЦП

$$U \approx \frac{1415}{1023} \approx 1,383 \text{ В}$$

Теперь найдем по закону Ома R_Φ :

$$R_\Phi = U / I_{new} = 974 \text{ Ом}$$

Критерии оценки

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	5	○ Приведена верно перерисованная электрическая цепь: 3 б. ○ Приведена формула расчета эквивалентного сопротивления: 1 б. ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 б.
2	4	○ Приведена формула закона Ома: 2 б. ○ Для расчета использовано эквивалентное сопротивление цепи: 1 балл ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 б.
3	3	○ Описана функция делителя напряжения и принцип работы фоторезистора при чтении A0: 3 б.
4	6	○ Описаны 6 строк для формирования вывода: 6 б.
5	7	○ Найдено значение A1: 1 б. ○ Получено верное значение LightValue: 2 б. ○ Получено верное значение напряжения на фоторезисторе: 2 б. ○ Получено верное значение Rф: 2 б.