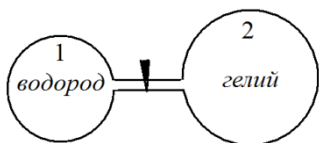


## 10 класс

### Вариант 1



1. В двух теплоизолированных сосудах, соединённых краном, находятся разные газы. Параметры состояния первого газа: температура  $t_1=127^\circ\text{C}$ , давление  $p_1=8\cdot 10^5\text{Па}$ , объём  $V_1=0,5\text{м}^3$ ; второго -  $t_2=27^\circ\text{C}$ , давление  $p_2=12\cdot 10^5\text{Па}$ , объём  $V_2=0,8\text{м}^3$ . В некоторый момент открывают кран, соединяющий сосуды. А) Определите давление и температуру смеси газов после установления теплового равновесия. Б) Определите, какими станут среднеквадратичные скорости молекул этой смеси. Универсальная газовая постоянная  $R=8,31\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$ ; молярная масса водорода  $\mu_1=2\text{ г}/\text{моль}$ , гелия -  $\mu_2=4\text{ г}/\text{моль}$ .

Решение

Запишем уравнения состояния для первого газа  $\begin{cases} \nu_1 RT_1 = P_1 V_1 & (1) \\ \nu_1 RT_1 = P_1^1 (V_1 + V_2) & (2) \end{cases}$

Из (2) и (1) находим парциальное давление первого газа в смеси  $P_1^1 = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2}$  (3)

Аналогично записываем парциальное давление второго газа в смеси  $P_2^1 = \frac{P_2 V_2}{V_1 + V_2}$  (4)

Тогда давление смеси газов  $P = P_1^1 + P_2^1 = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2} = 10,5 \cdot 10^5 \text{Па}$ .

Так как сосуды теплоизолированы, можем приравнять внутренние энергии газов до и после открывания крана (учтём, что водород двухатомный газ, а гелий одноатомный)  $\frac{5}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{3}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{(5\nu_1 + 3\nu_2)RT}{2}$ . Тогда температура смеси  $T = \frac{5\nu_1 T_1 + 3\nu_2 T_2}{5\nu_1 + 3\nu_2} = 334\text{К}$ .

Количество вещества для первого  $\nu_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 120$  моль, для второго  $\nu_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 385$  моль.

Б) Среднеквадратичная скорость для водорода  $u_1 = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_1}} = 2040\text{м}/\text{с}$ .

Среднеквадратичная скорость для гелия  $u_2 = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_2}} = 1443\text{ м}/\text{с}$ .

Ответ:  $p=10,5\cdot 10^5\text{Па}$ ;  $\nu_1=120\text{ м}/\text{с}$ ;  $\nu_2=385\text{ м}/\text{с}$

2. Предмет, выпавший из поднимающегося вертикально шара, спустя 5 секунд после начала подъёма, поднялся на высоту  $H=70\text{м}$ . А) С каким ускорением поднимался шар? Б) Определите расстояние между шаром и выпавшим предметом в момент, когда предмет находился на максимальной высоте.

Решение

Спустя 5 секунд от начала подъёма шар находился на высоте  $h_1 = \frac{at_1^2}{2}$ . (1)

При дальнейшем подъёме предмет поднимается на высоту  $H = h_1 + v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$ . (2)

Скорость шара через 5 секунд  $v_1 = at_1 = gt_2$ , (3)

тогда время подъёма груза до верхней точки  $t_2 = \frac{at_1}{g}$ . (4)

Подставляем (1), (3), (4) в (2) и получаем  $H = \frac{at_1^2}{2} + \frac{a^2 t_1^2}{2g}$

Квадратное уравнение удобнее решать в цифровом виде, после подстановки известных величин получаем:  $a^2 + 10a - 56 = 0$  и определяем ускорение шара  $a = 4 \text{ м/с}^2$ .

Из выражения (4) получаем  $t_2 = 2c$ .

В момент, когда выпавший предмет находился в высшей точке высота, на которой находился шар, равна  $h_2 = \frac{a(t_1+t_2)^2}{2} = 98 \text{ м}$ .

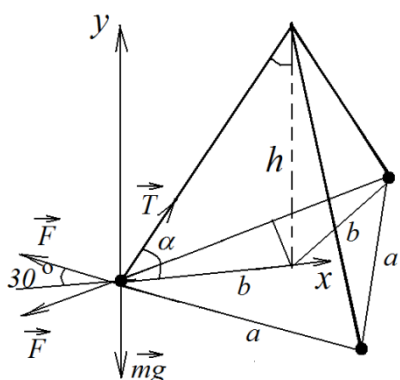
Расстояние между шаром и выпавшим предметом  $\Delta h = h_2 - H = 28 \text{ м}$ .

Ответ:  $4 \text{ м/с}^2$ ;  $28 \text{ м}$

3. Три одинаковых шарика подвешены на невесомых нерастяжимых нитях одинаковой длины  $L = 0,4 \text{ м}$ , закреплённых в одной точке (шарики соприкасаются). Шарикам сообщают заряд  $Q = 12 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ , после чего шарики расходятся так, что нити составляют угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Определите массу каждого шарика. Рисунок с указанием сил обязателен.

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ .

### Решение



Так как шарики одинаковые, то заряд разделится поровну и на каждом шарике будет  $q = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ . Заряды будут расположены в вершинах равностороннего треугольника. Одноимённые заряды отталкиваются, обозначим силы, действующие на один из зарядов и запишем для него условие равновесия  $\vec{m}\vec{g} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{F} = 0$ . (1)

Сила взаимодействия зарядов  $F = \frac{kq^2}{r^2}$ . У нас  $r = a$ .

Так как  $h = L/2$ , то  $b = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{L\sqrt{3}}{2}$  а сторона треугольника  $a = 2b \cos 30^\circ = \frac{2L\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3L}{2}$ . Тогда сила взаимодействия зарядов  $F = \frac{kq^2 4}{9L^2}$ . (2)

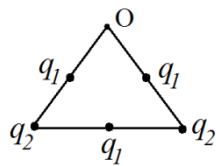
Запишем (1) в проекциях на ОХ:  $T \cos \alpha - 2F \cos 30^\circ = 0$

на ОУ:  $T \sin \alpha - mg = 0$ .

$$\text{Отсюда } \operatorname{tg} \alpha = \frac{mg}{2F \cos 30^\circ} = \frac{mg \cdot 9L^2}{2kq^2 \cdot 4 \cos 30^\circ}.$$

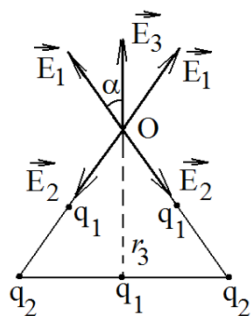
$$\text{Тогда масса каждого шарика } m = \frac{8kq^2 \cos 30^\circ \operatorname{tg} \alpha}{g \cdot 9L^2} = 4 \text{ мг}$$

Ответ: 4 мг



4. Заряды  $q_1 = 10^{-9} \text{ Кл}$  и  $q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$  расположены в вершинах и серединах сторон правильного треугольника как указано на рисунке. Напряжённость созданного этими зарядами электрического поля в точке O равна  $E = 203 \text{ В/м}$ . Чему равна сторона треугольника? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ .

Решение



На рисунке показаны вектора напряжённости полей, созданных каждым зарядом в точке O.

$$\text{По принципу суперпозиции } \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3. \quad (1)$$

$$\text{С учётом направлений получаем } E = 2E_1 \cos \alpha - 2E_2 \cos \alpha + E_3. \quad (2)$$

Заряды точечные, тогда напряжённость  $E = \frac{kq}{r^2}$ .

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_1^4}{a^2}, \quad E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{kq_2}{a^2}, \quad E_3 = \frac{kq_1}{r_3^2} = \frac{kq_1^4}{3a^2}, \quad (3)$$

так как расстояния  $r_1 = \frac{a}{2}$ ,  $r_2 = a$ ,  $r_3^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$ . Угол  $\alpha = 30^\circ$ .

$$\text{Подставляем (3) в (2)} \quad E = 2 \cos \alpha \left( \frac{kq_1^4}{a^2} - \frac{kq_2}{a^2} \right) + \frac{kq_1^4}{3a^2} = \frac{k}{a^2} \left[ 2 \cos \alpha (4q_1 - q_2) + \frac{4q_1}{3} \right].$$

$$\text{Отсюда сторона треугольника } a = \sqrt{\frac{k}{E} \left[ 2 \cos \alpha (4q_1 - q_2) + \frac{4q_1}{3} \right]} = 0,46 \text{ м}$$

Ответ: (1,1 м) 0,46 м

5. Снайпер производит выстрел под углом  $\alpha = 53^\circ$ . Через какое время он произвёл второй выстрел под углом  $\beta = 37^\circ$ , если пули столкнулись в воздухе? Скорость вылетающей из винтовки пули  $V = 800 \text{ м/с}$ . Выстрелы производятся в одной плоскости. (1-33 прод)

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$ .

Решение



$$\text{Если пули столкнулись, то } x = V \cos \alpha t_1 = V \cos \beta t_2. \quad (1)$$

$$\text{Найдём связь между этими временами } t_2 = \frac{t_1 \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{3}{4} t_1. \quad (2)$$

$$\text{Координаты по оси y тоже равны } V \sin \alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V \sin \beta t_2 - \frac{gt_2^2}{2}. \quad (3)$$

Преобразуя (3) с учётом (2) получаем  $V \left( \sin\alpha - \frac{3}{4} \sin\beta \right) = \frac{7}{32} gt_1$ .

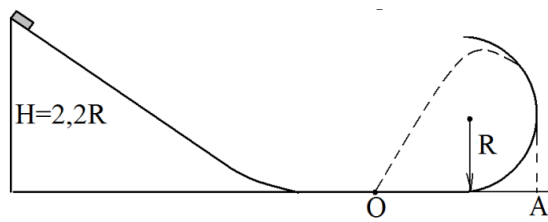
Выражаем  $t_1 = \frac{32}{7g} V \left( \sin\alpha - \frac{3}{4} \sin\beta \right) = 128c$ , тогда  $t_2 = 96c$ .

Следовательно, разница во времени  $\Delta t = 32c$ .

Стоит отметить, что при выстрелах под такими углами пули сталкиваются у самой поверхности земли.

Ответ: 32 с

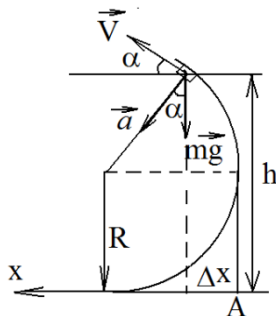
### Вариант 2



1. Шайбу положили без толчка на гладкую горку. Проехав некоторое расстояние по горизонтали, шайба поднимается по жёлобу, имеющему форму полуокружности, расположенной в вертикальной плоскости. После отрыва от жёлоба шайба падает в точку

O. Определите расстояние OA. Трением при движении по жёлобу и сопротивлением воздуха пренебречь. Радиус полуокружности  $R = 2 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

### Решение



Так как трением можно пренебречь, приравняем механическую энергию в исходной точке и точке отрыва

$$mgH = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad (1)$$

Высота, на которой произошёл отрыв  $h = R + R\cos\alpha$ . (2)

В момент отрыва сила реакции опоры  $N = 0$ , тогда  $mg\cos\alpha = m \frac{V^2}{R}$ ,

т.е.  $V^2 = Rg\cos\alpha$ . (3).

Подставляем (2) и (3) в уравнение (1)  $mg2,2R = \frac{mRg\cos\alpha}{2} + mgR(1 + \cos\alpha)$  и получаем  $4,4 = 2 + 3\cos\alpha$ , т.е.  $\cos\alpha = 0,8$ , следовательно,  $\sin\alpha = 0,6$ .

Из (3) находим скорость при отрыве  $V = 4 \text{ м/с}$ , из (2)  $h = 3,6 \text{ м}$ .

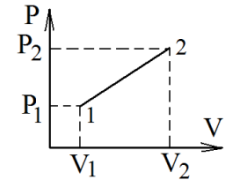
Конечная координата по оси OY равна нулю,  $0 = h + V\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$ , подставляя в это уравнение скорость и высоту и решая квадратное уравнение, находим время  $t = 1,12 \text{ с}$ .

Находим координату  $x = V\cos\alpha t = 3,58 \text{ м}$ .

Расстояние от точки A до точки падения  $S = x + \Delta x = V\cos\alpha t + R(1 - \sin\alpha) = 4,38 \text{ м}$

Ответ: 4,4 м

2. Два моля одноатомного идеального газа нагревают так, что его температура зависит от давления по следующему закону  $T = ap^2$ , где  $a$  – некоторая константа. При увеличении давления от  $p_1 = 10^5 \text{ Па}$  до  $p_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$  газ совершил работу  $A = 33,2 \text{ кДж}$ . А) Чему равна константа  $a$ ? Б) Какое количество теплоты получил газ в этом процессе? Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$



### Решение

Запишем уравнение состояния для идеального газа  $\nu RT = pV$ , подставляем в это уравнение  $T = ap^2$  и выражаем объём  $V = \nu arR$ .

Для нахождения теплоты воспользуемся I законом термодинамики  $Q = \Delta U + A$ .

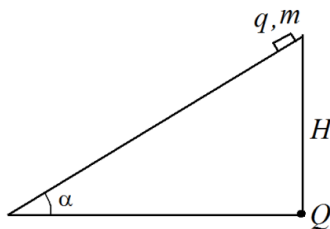
Работу определим графически:  $A = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} \nu arR(p_2^2 - p_1^2)$ ,

$$\text{тогда } a = \frac{2A}{\nu R(p_2^2 - p_1^2)} = 5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{К}}{\text{Па}^2}.$$

Изменение внутренней энергии:  $\frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu arR(p_2^2 - p_1^2)$ .

$$Q = \frac{3}{2} \nu arR(p_2^2 - p_1^2) + A = 4A = 132,8 \text{ кДж}$$

Ответ: а)  $5 \cdot 10^{-8} \text{ К/Па}^2$  б)  $132,8 \text{ кДж}$



3. Заряженный диск ( $q = 5 \text{ нКл}$ ) массой  $m = 10 \text{ г}$  положили на вершину гладкой наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол  $\alpha = 37^\circ$ . В вершине прямого угла треугольника закреплён заряд  $Q = 6 \text{ мКл}$ . Определите скорость шайбы у основания наклонной плоскости. Высота  $H = 0,5 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ,  $\sin 37^\circ = 0,6$ .

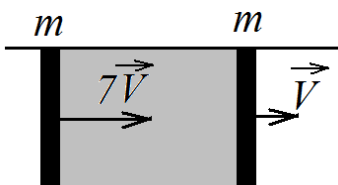
### Решение

Так как трение отсутствует, энергия в исходной точке равна энергии в конечной точке. Кроме кинетической и потенциальной энергии в поле тяжести надо учесть и энергию взаимодействия зарядов  $\frac{kQq}{r^2}$ , где  $r$  – расстояние между зарядами. Учтём, что расстояние между зарядами в начальной точке  $H$ , а в конечной точке равно основанию  $a = \frac{H}{\text{tg}\alpha}$ .

Из закона сохранения энергии  $mgh + \frac{kQq}{H} = \frac{mV^2}{2} + \frac{kQq \text{tg}\alpha}{H}$  выражаем скорость  $V =$

$$\sqrt{\frac{2}{m} \left[ mgh + \frac{kQq}{H} (1 - \text{tg}\alpha) \right]} = 6,08 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $6,08 \text{ м/с}$



4. Между двумя одинаковыми поршнями массой  $m = 83 \text{ г}$  каждый находящимися внутри гладкой трубы поместили один моль водорода при температуре  $T_0 = 300 \text{ К}$  и толкнули поршни. В некоторый момент времени их скорости были равны  $V$  и  $7V$  (см.

рисунок). Масса газа мала по сравнению с массой поршней, стенки трубы и поршни изготовлены из теплоизолирующего материала и их теплоёмкостью можно пренебречь. Наружным давлением и массой газа можно пренебречь. В момент, когда скорости поршней сравнялись, температура газа изменилась на  $3,6\text{K}$ . Определить начальную скорость правого поршня.

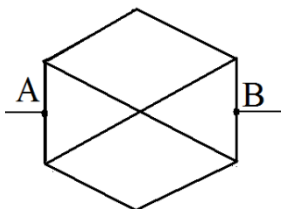
Решение

Из закона сохранения импульса  $7mv + mv = 2mu$  найдем скорость  $u = 4v$ .

Так как водород газ двухатомный, то его внутренняя энергия  $U = \frac{5}{2} \nu RT$ .

Используем закон сохранения энергии  $\frac{mv^2}{2} + \frac{49mv^2}{2} + \frac{5}{2} \nu RT_0 = \frac{2m16v^2}{2} + \frac{5}{2} \nu RT$  для определения начальной скорости  $v = \sqrt{\frac{5\nu R \Delta T}{18m}} = 10\text{м/с}$ .

Ответ: 10 м/с

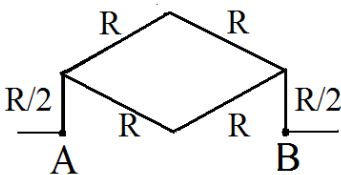


5. Из проволоки с удельным сопротивлением  $\rho = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и площадью сечения  $S = 0,5 \text{ мм}^2$  изготовлена фигура в форме правильного шестиугольника с двумя диагоналями. Длина одной стороны шестиугольника  $L = 10 \text{ см}$ . Определить сопротивление между точками А и В получившейся фигуры.

Решение

Сопротивление одной стороны шестиугольника равно  $R = \frac{\rho L}{S} = 0,24 \text{ Ом}$ .

Длина половины диагонали равна длине стороны шестиугольника, т.е. их сопротивления одинаковы.



Рассмотрим верхнюю половину схемы. Сопротивление ромба находим как сопротивление параллельного соединения двух проводников сопротивлением  $2R$ , тогда  $R_1 = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R$ .

Последовательно ромбу присоединены 2 половинки сторон шестиугольника сопротивлением  $R/2$ . Тогда сопротивление всей верхней части  $R_2 = R/2 + R + R/2 = 2R$ .

Нижняя часть параллельно соединена с верхней и тоже имеет сопротивление  $2R$ .

Тогда общее сопротивление равно  $R = 0,24 \text{ Ом}$

Ответ: 0,24 Ом