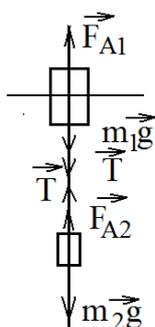


7 класс

Вариант 1

1. Два груза связали тонкой невесомой нерастяжимой нитью и опустили в сосуд с водой. Первый груз (из пробки) массой 100г погрузился в воду на половину своего объёма, а второй (металлический) грузик погрузился целиком, натянув нить. Плотность пробки $\rho_1=200\text{кг}/\text{м}^3$, металла $\rho_2=6000\text{кг}/\text{м}^3$, воды $\rho=1000\text{кг}/\text{м}^3$. Определите массу и объём второго тела.

Решение



На погружённые в жидкость тела действуют сила тяжести mg , сила натяжения нити T и сила Архимеда F_A . Расставим на рисунке направления этих сил и запишем

уравнения условия равновесия для каждого тела
$$\begin{cases} m_1g + T - F_{A1} = 0 \\ m_2g - T - F_{A2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Из этих уравнений получаем $m_1g + m_2g = F_{A1} + F_{A2}$. (2)

$F_{A1} = \rho g \frac{V_1}{2} = \rho g \frac{m_1}{2\rho_1}$, $F_{A2} = \rho g V_2 = \rho g \frac{m_2}{\rho_2}$. (3)

Подставляем (3) в (2) получаем $m_1g + m_2g = \rho g \frac{m_1}{2\rho_1} + \rho g \frac{m_2}{\rho_2}$ и выражаем массу второго груза

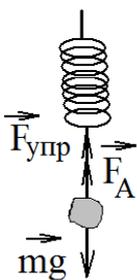
$$m_2 = \frac{m_1 \left(\frac{\rho}{2\rho_1} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{\rho}{\rho_2} \right)} = 0,18 \text{ кг.}$$

Зная массу, определяем объём $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$

Ответ: 0,18 кг, $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$

2. На уроке физики ученики получили задание: определить плотность тела неправильной формы. Весов в кабинете не оказалось. Ученик взял сосуд с керосином ($\rho_1=800\text{кг}/\text{м}^3$) и с водой ($\rho_2=1000\text{кг}/\text{м}^3$), подвесил груз на пружинку и поочерёдно опустил его в оба сосуда. При опускании в первый сосуд длина пружины изменилась на $x_1=6\text{см}$, а при опускании во второй на $x_2=5\text{см}$. Определите плотность тела.

Решение



В данном опыте на тело действуют сила тяжести $mg = \rho_m g V$, сила упругости $F = kx$ и сила Архимеда $F_A = \rho_{ж} g V$. С учётом направлений этих сил: $mg - F_A - kx = 0$. Обозначим плотность тела ρ .

Запишем для каждой жидкости:
$$\begin{cases} kx_1 = \rho g V - \rho_1 g V, \\ kx_2 = \rho g V - \rho_2 g V, \end{cases} \quad \text{тогда} \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} = \frac{6}{5}.$$

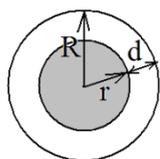
Из последнего выражения определяем плотность тела $\rho = 6\rho_2 - 5\rho_1 = 2000\text{кг}/\text{м}^3$.

Ответ: 2000 кг/м³

3. Металлические шарики, радиуса $r = 5 \text{ см}$ покрыли слоем пластика толщиной $d = 1 \text{ см}$. Определите среднюю плотность получившегося изделия.

Объём шара $V = 4\pi r^3/3$. Плотность металла $\rho_1=8000\text{кг}/\text{м}^3$, пластика $\rho_2=900\text{кг}/\text{м}^3$.

Решение



Объём пластика найдём как разность объёмов всего шара и малого шара $V_n = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$, где $R = r + d = 6\text{см}$.

$$\text{Средняя плотность } \rho_{\text{ср}} = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{\rho_1 \frac{4}{3}\pi r^3 + \rho_2 \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\rho_1 r^3 + \rho_2(R^3 - r^3)}{R^3} = 5010 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 5010 кг/м^3

4. Два друга решили проверить, будет ли время движения разным, если менять скорости различными способами. Они решили ехать на мотоциклах от одного посёлка до другого, расстояние между которыми 100 км . Вдоль дороги расположено много населённых пунктов, поэтому скорости выбрали небольшими. Первый половину пути ехал со скоростью $V_1 = 60 \text{ км/час}$, а вторую половину со скоростью $V_2 = 40 \text{ км/час}$. Второй половину времени ехал со скоростью $V_1 = 60 \text{ км/час}$, а вторую половину времени со скоростью $V_2 = 40 \text{ км/час}$. А) Кто раньше прибыл на финиш? Б) Какое расстояние было между мотоциклистами, когда один из них достиг финиша?

Решение

$$\text{Для первого: } t_1 = \frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2} = \frac{S(V_1 + V_2)}{2V_1 V_2} = 125 \text{ мин.}$$

$$\text{Для второго } S = V_1 \frac{t_1}{2} + V_2 \frac{t_2}{2}; \text{ тогда время } t_2 = \frac{2S}{V_1 + V_2} = 2 \text{ час} = 120 \text{ мин.}$$

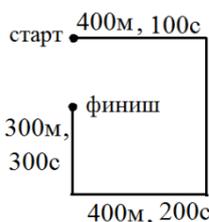
Таким образом, второй придёт раньше на 5 минут .

$$\text{Первый отстанет на } \Delta S = V_2 \Delta t = 40 \cdot \frac{1}{12} = 3,33 \text{ км.}$$

Ответ: 5 мин , $3,33 \text{ км}$

5. Михаил вышел на прогулку. Первые 100 секунд он двигался на восток со скоростью $V_1 = 4 \text{ м/с}$, затем повернул на юг и прошёл 500 м со скоростью $V_2 = 2,5 \text{ м/с}$, на следующем участке он повернул на запад и шёл 200 секунд со скоростью $V_3 = 2 \text{ м/с}$ и на последнем участке 5 минут шёл не спеша на север со скоростью $V_4 = 1 \text{ м/с}$. А) Определите среднюю скорость Михаила. Б) На каком расстоянии от финиша находится место старта?

Решение



$$\text{Путь на первом участке } S_1 = V_1 t_1 = 400 \text{ м.}$$

$$\text{Время на втором участке } t_2 = \frac{S_2}{V_2} = 200 \text{ с.}$$

$$\text{Путь на третьем участке } S_3 = V_3 t_3 = 400 \text{ м, а на четвёртом } S_4 = V_4 t_4 = 300 \text{ м.}$$

$$\text{Средняя скорость } V = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} = \frac{400 + 500 + 200 + 300}{100 + 200 + 200 + 300} = 2 \text{ м/с.}$$

Из рисунка видно, что от финиша до старта расстояние 200 м .

Ответ: $V = 2 \text{ м/с}$, 200 м

Вариант 2

1. Два велосипедиста выехали из одного пункта, в одном направлении, с одинаковыми скоростями $V = 30$ км/ч с интервалом $t = 8$ мин. Навстречу им движется мотоциклист со скоростью $U = 130$ км/ч. Через какое время после встречи с первым велосипедистом произойдёт встреча мотоциклиста со вторым велосипедистом?

Решение

Расстояние между двумя велосипедистами $\Delta x = Vt$. Мотоциклист проезжает это расстояние за время $t_1 = \frac{\Delta x}{V+U} = \frac{Vt}{V+U} = \frac{30 \cdot 8}{160} = 1,5$ мин.

Ответ: 1,5 мин

2. Катер доставляет туристов по реке от пристани А до пристани В и после экскурсии возвращает их на пристань А. Дорога от А до В заняла $t_1 = 2$ ч, а обратно $t_2 = 6$ ч. При посадке в пункте А турист уронил в воду шляпу. Через какое время после прибытия в пункт В турист сможет выловить свою шляпу?

Решение

Скорость катера обозначим V , а скорость реки – U .

Тогда при движении вниз по реке путь $S = (V+U) t_1$, а вверх по реке $S = (V - U) t_2$.

Приравниваем правые части и получаем $\frac{(V+U)}{(V-U)} = \frac{t_2}{t_1} = 3$. Тогда $V = 2U$.

Шляпа будет плыть со скоростью, равной скорости реки.

Из первого уравнения $S = (2U+U) t_1 = U t_3$. Отсюда $t_3 = 3t_1 = 6$ час.

Ответ: 6 часов

3. Чтобы решить, кто лучший гребец, два друга на одинаковых лодках одновременно отправились из одной точки вдоль реки. Река была узкой и чтобы не мешать друг другу, они двигались в противоположных направлениях. Спустя $t = 10$ минут оба развернулись. В исходную точку, где их ждал третий друг, один из них вернулся через $t_1 = 6$ мин после разворота, а другой через $t_2 = 20$ мин. Кто из них двигался бы быстрее в стоячей воде и во сколько раз?

Решение

Скорость одного мальчика обозначим V_1 , второго V_2 , а скорость реки – U .

Судя по затраченному времени, первый поплыл вверх по реке, а второй по течению.

$$\text{Путь первого } S_1 = (V_1 - U) t = (V_1 + U) t_1. \quad (1)$$

$$\text{Путь второго } S_2 = (V_2 + U) t = (V_2 - U) t_2. \quad (2)$$

Из (1) получаем $\frac{V_1 - U}{V_1 + U} = \frac{t_1}{t} = \frac{6}{10}$. Отсюда получаем $V_1 = 4U$.

Из (2) получаем $\frac{V_2+U}{V_2-U} = \frac{t_2}{t} = \frac{20}{10} = 2$. Отсюда получаем $V_2 = 3U$

Ответ: первый, в 4/3 раза

4. На покраску деревянного куба со стороной $a = 5$ см маленькой кисточкой у Володи уходит 40 секунд. Такой же куб распиливают на кубики со стороной $b = 1$ см.

А) Сколько времени затратит Володя, чтобы покрасить эти кубики той же кисточкой?

Б) Если 25 кубиков заменить на латунные, а затем все кубики склеить, то чему будет равна средняя плотность куба? Слой клея считать бесконечно тонким, а его масса значительно меньше массы куба. Плотность дерева $\rho_1 = 500$ кг/м³, плотность латуни $\rho_2 = 850$ кг/м³.

Решение

А) Куб имеет 6 граней, площадь каждой равна a^2 .

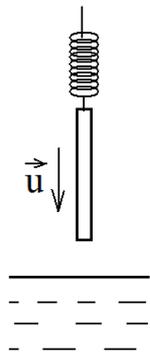
Тогда площадь поверхности большого куба $S_6 = 6a^2 = 25 \cdot 6 = 150$ см².

Если этот куб разрезать на маленькие с ребром 1 см, то получится 125 кубиков. Их общая площадь поверхности $S_m = 125 \cdot 6b^2 = 125 \cdot 6 \cdot 1 = 750$ см².

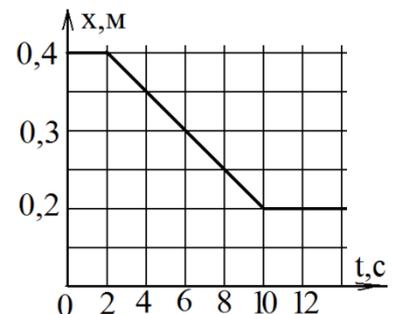
Таким образом, площадь получилась в 5 раз больше, следовательно, время потратится в 5 раз больше, т.е. $t_2 = 5 \cdot 40 = 200$ с

Б) Средняя плотность $\rho = \frac{m_1V_1+m_2V_2}{V} = \frac{\rho_1 100b^3 + \rho_2 25b^3}{125b^3} = \frac{\rho_1 4 + \rho_2}{5} = 570$ кг/м³

Ответ: 200 с, 570 кг/м³



5. Над поверхностью водоёма на пружине подвешена свая с квадратным сечением $S = (10 \times 10)$ см длины L . Её начинают медленно со скоростью $u = 0,1$ м/с опускать и каждую секунду фиксируют удлинение пружины x . Результаты измерений представлены на графике. По этим данным определите а) жёсткость пружины б) плотность сваи $\rho_1 = 2000$ кг/м³, плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м³.



Решение

Из графика следует, что первые 2 секунды свая опускалась в воздухе, а через 10 секунд полностью погрузилась в воду. Если время погружения 8 секунд, то длина сваи $L = 80$ см.

Пока свая находится в воздухе силы тяжести и упругости пружины уравновешены, то есть

$$mg = kx_1, \quad (1) \quad \text{где } k \text{ – жёсткость пружины, } x_1 = 0,4 \text{ м – деформация пружины.}$$

Когда свая полностью погрузилась в воду $mg - F_{Ар} = kx_2, \quad (2) \quad \text{где } x_2 = 0,2 \text{ м,}$
сила Архимеда $F_{Ар} = \rho_2 g V = \rho_2 g S L$.

Из (1) и (2) получаем $k(x_1 - x_2) = F_{Ap} = \rho_1 g S L$.

Тогда жёсткость пружины $k = \frac{\rho_1 g S L}{(x_1 - x_2)} = 400 \text{ Н/м}$

Из (1) $\rho_2 g V = k x_1$. Отсюда плотность сваи $\rho_2 = \frac{k x_1}{V g} = 2000 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: 400 Н/м ; $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$,