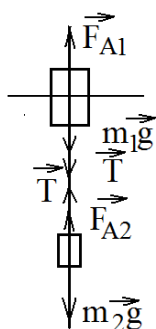


## 7 класс

### Вариант 1

1. Два груза связали тонкой невесомой нерастяжимой нитью и опустили в сосуд с водой. Первый груз (из пробки) массой 100г погрузился в воду на половину своего объёма, а второй (металлический) грузик погрузился целиком, натянув нить. Плотность пробки  $\rho_1=200\text{кг/м}^3$ , металла  $\rho_2=6000\text{кг/м}^3$ , воды  $\rho=1000\text{кг/м}^3$ . Определите массу и объём второго тела.

Решение



На погружённые в жидкость тела действуют сила тяжести  $mg$ , сила натяжения нити  $T$  и сила Архимеда  $F_A$ . Расставим на рисунке направления этих сил и запишем

уравнения условия равновесия для каждого тела 
$$\begin{cases} m_1g + T - F_{A1} = 0 \\ m_2g - T - F_{A2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Из этих уравнений получаем  $m_1g + m_2g = F_{A1} + F_{A2}$ . 
$$(2)$$

$$F_{A1} = \rho g \frac{V_1}{2} = \rho g \frac{m_1}{2\rho_1}, \quad F_{A2} = \rho g V_2 = \rho g \frac{m_2}{\rho_2} . \quad (3)$$

Подставляем (3) в (2) получаем  $m_1g + m_2g = \rho g \frac{m_1}{2\rho_1} + \rho g \frac{m_2}{\rho_2}$  и выражаем массу второго груза

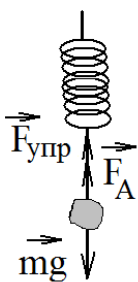
$$m_2 = \frac{m_1 \left( \frac{\rho}{2\rho_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{\rho}{\rho_2} \right)} = 0,18 \text{ кг.}$$

Зная массу, определяем объём  $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$

Ответ: 0,18 кг,  $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$

2. На уроке физики ученики получили задание: определить плотность тела неправильной формы. Весов в кабинете не оказалось. Ученик взял сосуд с керосином ( $\rho_1=800\text{кг/м}^3$ ) и с водой ( $\rho_2=1000\text{кг/м}^3$ ), подвесил груз на пружинку и поочерёдно опустил его в оба сосуда. При опускании в первый сосуд длина пружины изменилась на  $x_1=6\text{см}$ , а при опускании во второй на  $x_2=5\text{см}$ . Определите плотность тела.

Решение



В данном опыте на тело действуют сила тяжести  $mg = \rho_m g V$ , сила упругости  $F = kx$  и сила Архимеда  $F_A = \rho_{ж} g V$ . С учётом направлений этих сил:  $mg - F_A - kx = 0$ . Обозначим плотность тела  $\rho$ .

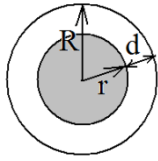
Запишем для каждой жидкости: 
$$\begin{cases} kx_1 = \rho g V - \rho_1 g V, \\ kx_2 = \rho g V - \rho_2 g V, \end{cases} \quad \text{тогда} \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} = \frac{6}{5}.$$

Из последнего выражения определяем плотность тела  $\rho = 6\rho_2 - 5\rho_1 = 2000\text{кг/м}^3$ .

Ответ: 2000 кг/м<sup>3</sup>

3. Металлические шарики, радиуса  $r = 5 \text{ см}$  покрыли слоем пластика толщиной  $d = 1 \text{ см}$ . Определите среднюю плотность получившегося изделия.

Объём шара  $V = 4\pi r^3/3$ . Плотность металла  $\rho_1=8000\text{кг/м}^3$ , пластика  $\rho_2=900\text{кг/м}^3$ .



### Решение

Объём пластика найдём как разность объёмов всего шара и малого шара  $V_n = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ , где  $R = r + d = 6\text{см}$ .

$$\text{Средняя плотность } \rho_{\text{ср}} = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{\rho_1 \frac{4}{3}\pi r^3 + \rho_2 \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\rho_1 r^3 + \rho_2(R^3 - r^3)}{R^3} = 5010 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ:  $5010 \text{ кг/м}^3$

4. Два друга решили проверить, будет ли время движения разным, если менять скорости различными способами. Они решили ехать на мотоциклах от одного посёлка до другого, расстояние между которыми  $100 \text{ км}$ . Вдоль дороги расположено много населённых пунктов, поэтому скорости выбрали небольшими. Первый половину пути ехал со скоростью  $V_1 = 60 \text{ км/час}$ , а вторую половину со скоростью  $V_2 = 40 \text{ км/час}$ . Второй половину времени ехал со скоростью  $V_1 = 60 \text{ км/час}$ , а вторую половину времени со скоростью  $V_2 = 40 \text{ км/час}$ . А) Кто раньше прибыл на финиш? Б) Какое расстояние было между мотоциклистами, когда один из них достиг финиша?

### Решение

$$\text{Для первого: } t_1 = \frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2} = \frac{S(V_1 + V_2)}{2V_1 V_2} = 125 \text{ мин.}$$

$$\text{Для второго } S = V_1 \frac{t_1}{2} + V_2 \frac{t_2}{2}; \text{ тогда время } t_2 = \frac{2S}{V_1 + V_2} = 2 \text{ час} = 120 \text{ мин.}$$

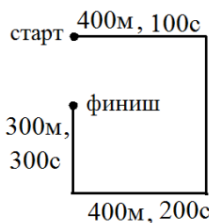
Таким образом, второй придёт раньше на  $5 \text{ минут}$ .

$$\text{Первый отстанет на } \Delta S = V_2 \Delta t = 40 \cdot \frac{1}{12} = 3,33 \text{ км.}$$

Ответ:  $5 \text{ мин}$ ,  $3,33 \text{ км}$

5. Михаил вышел на прогулку. Первые  $100 \text{ секунд}$  он двигался на восток со скоростью  $V_1 = 4 \text{ м/с}$ , затем повернул на юг и прошёл  $500 \text{ м}$  со скоростью  $V_2 = 2,5 \text{ м/с}$ , на следующем участке он повернул на запад и шёл  $200 \text{ секунд}$  со скоростью  $V_3 = 2 \text{ м/с}$  и на последнем участке  $5 \text{ минут}$  шёл не спеша на север со скоростью  $V_4 = 1 \text{ м/с}$ . А) Определите среднюю скорость Михаила. Б) На каком расстоянии от финиша находится место старта?

### Решение



$$\text{Путь на первом участке } S_1 = V_1 t_1 = 400 \text{ м.}$$

$$\text{Время на втором участке } t_2 = \frac{S_2}{V_2} = 200 \text{ с.}$$

$$\text{Путь на третьем участке } S_3 = V_3 t_3 = 400 \text{ м, а на четвёртом } S_4 = V_4 t_4 = 300 \text{ м.}$$

$$\text{Средняя скорость } V = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} = \frac{400 + 500 + 200 + 300}{100 + 200 + 200 + 300} = 2 \text{ м/с.}$$

Из рисунка видно, что от финиша до старта расстояние  $200 \text{ м}$ .

Ответ:  $V = 2 \text{ м/с}$ ,  $200 \text{ м}$

## Вариант 2

1. Два велосипедиста выехали из одного пункта, в одном направлении, с одинаковыми скоростями  $V = 30$  км/ч с интервалом  $t = 8$  мин. Навстречу им движется мотоциклист со скоростью  $U = 130$  км/ч. Через какое время после встречи с первым велосипедистом произойдёт встреча мотоциклиста со вторым велосипедистом?

Решение

Расстояние между двумя велосипедистами  $\Delta x = Vt$ . Мотоциклист проезжает это расстояние за время  $t_1 = \frac{\Delta x}{V+U} = \frac{Vt}{V+U} = \frac{30 \cdot 8}{160} = 1,5$  мин.

Ответ: 1,5 мин

2. Катер доставляет туристов по реке от пристани А до пристани В и после экскурсии возвращает их на пристань А. Дорога от А до В заняла  $t_1 = 2$  ч, а обратно  $t_2 = 6$  ч. При посадке в пункте А турист уронил в воду шляпу. Через какое время после прибытия в пункт В турист сможет выловить свою шляпу?

Решение

Скорость катера обозначим  $V$ , а скорость реки –  $U$ .

Тогда при движении вниз по реке путь  $S = (V+U) t_1$ , а вверх по реке  $S = (V - U) t_2$ .

Приравниваем правые части и получаем  $\frac{(V+U)}{(V-U)} = \frac{t_2}{t_1} = 3$ . Тогда  $V = 2U$ .

Шляпа будет плыть со скоростью, равной скорости реки.

Из первого уравнения  $S = (2U+U) t_1 = U t_3$ . Отсюда  $t_3 = 3t_1 = 6$  час.

Ответ: 6 часов

3. Чтобы решить, кто лучший гребец, два друга на одинаковых лодках одновременно отправились из одной точки вдоль реки. Река была узкой и чтобы не мешать друг другу, они двигались в противоположных направлениях. Спустя  $t = 10$  минут оба развернулись. В исходную точку, где их ждал третий друг, один из них вернулся через  $t_1 = 6$  мин после разворота, а другой через  $t_2 = 20$  мин. Кто из них двигался бы быстрее в стоячей воде и во сколько раз?

Решение

Скорость одного мальчика обозначим  $V_1$ , второго  $V_2$ , а скорость реки –  $U$ .

Судя по затраченному времени, первый поплыл вверх по реке, а второй по течению.

$$\text{Путь первого } S_1 = (V_1 - U) t = (V_1 + U) t_1. \quad (1)$$

$$\text{Путь второго } S_2 = (V_2 + U) t = (V_2 - U) t_2. \quad (2)$$

Из (1) получаем  $\frac{V_1 - U}{V_1 + U} = \frac{t_1}{t} = \frac{6}{10}$ . Отсюда получаем  $V_1 = 4U$ .

Из (2) получаем  $\frac{V_2+U}{V_2-U} = \frac{t_2}{t} = \frac{20}{10} = 2$ . Отсюда получаем  $V_2 = 3U$

Ответ: первый, в 4/3 раза

4. На покраску деревянного куба со стороной  $a = 5$  см маленькой кисточкой у Володи уходит 40 секунд. Такой же куб распиливают на кубики со стороной  $b = 1$  см.

А) Сколько времени затратит Володя, чтобы покрасить эти кубики той же кисточкой?

Б) Если 25 кубиков заменить на латунные, а затем все кубики склеить, то чему будет равна средняя плотность куба? Слой клея считать бесконечно тонким, а его масса значительно меньше массы куба. Плотность дерева  $\rho_1 = 500$  кг/м<sup>3</sup>, плотность латуни  $\rho_2 = 850$  кг/м<sup>3</sup>.

### Решение

А) Куб имеет 6 граней, площадь каждой равна  $a^2$ .

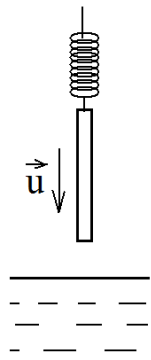
Тогда площадь поверхности большого куба  $S_6 = 6a^2 = 25 \cdot 6 = 150$  см<sup>2</sup>.

Если этот куб разрезать на маленькие с ребром 1 см, то получится 125 кубиков. Их общая площадь поверхности  $S_m = 125 \cdot 6b^2 = 125 \cdot 6 \cdot 1 = 750$  см<sup>2</sup>.

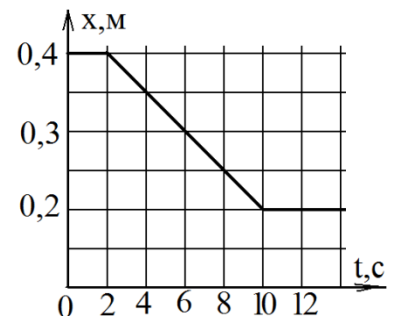
Таким образом, площадь получилась в 5 раз больше, следовательно, время потратится в 5 раз больше, т.е.  $t_2 = 5 \cdot 40 = 200$  с

Б) Средняя плотность  $\rho = \frac{m_1V_1+m_2V_2}{V} = \frac{\rho_1 100b^3 + \rho_2 25b^3}{125b^3} = \frac{\rho_1 4 + \rho_2}{5} = 570$  кг/м<sup>3</sup>

Ответ: 200 с, 570 кг/м<sup>3</sup>



5. Над поверхностью водоёма на пружине подвешена свая с квадратным сечением  $S = (10 \times 10)$  см длины  $L$ . Её начинают медленно со скоростью  $u = 0,1$  м/с опускать и каждую секунду фиксируют удлинение пружины  $x$ . Результаты измерений представлены на графике. По этим данным определите а) жёсткость пружины б) плотность сваи  $\rho_1 = 2000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_2 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.



### Решение

Из графика следует, что первые 2 секунды свая опускалась в воздухе, а через 10 секунд полностью погрузилась в воду. Если время погружения 8 секунд, то длина сваи  $L = 80$  см.

Пока свая находится в воздухе силы тяжести и упругости пружины уравновешены, то есть

$$mg = kx_1, \quad (1) \quad \text{где } k \text{ – жёсткость пружины, } x_1 = 0,4 \text{ м – деформация пружины.}$$

Когда свая полностью погрузилась в воду  $mg - F_{Ар} = kx_2, \quad (2) \quad \text{где } x_2 = 0,2 \text{ м,}$   
сила Архимеда  $F_{Ар} = \rho_2 g V = \rho_2 g S L$ .

Из (1) и (2) получаем  $k(x_1 - x_2) = F_{Ap} = \rho_1 g S L$ .

Тогда жёсткость пружины  $k = \frac{\rho_1 g S L}{(x_1 - x_2)} = 400 \text{ Н/м}$

Из (1)  $\rho_2 g V = k x_1$ . Отсюда плотность сваи  $\rho_2 = \frac{k x_1}{V g} = 2000 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $400 \text{ Н/м}$ ;  $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$ ,