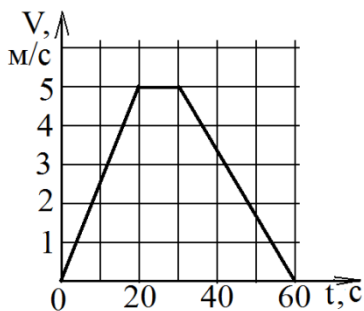


9 класс

Вариант 1



1. Мальчик играл с радиоуправляемой машинкой, заставляя её двигаться по прямой, но с разными скоростями. Старшему брату было скучно наблюдать за этим занятием и он решил вычислить скорости и построить график зависимости скорости машинки от времени. Сила сопротивления на всём пути была одинаковой, на третьем участке двигатель был выключен. Определите по приведённым данным силу тяги на первом участке и путь, пройденный за 60 секунд. Масса

машинки $m = 300\text{г}$.

Решение

Запишем Пзакон Ньютона (F_c – сила сопротивления, F_T – сила тяги)

для первого участка: $F_{T1} - F_c = ma_1$, (1) из графика $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{5}{20} = 0,25\text{м/с}^2$.

для третьего: $F_c = ma_2$, где $a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{5}{30} \text{ м/с}^2$.

Подставляем силу сопротивления в (1) и получаем силу тяги на первом участке

$$F_{T1} = m(a_1 + a_2) = 0,3 \left(\frac{5}{20} + \frac{5}{30} \right) = 0,125\text{Н}.$$

Путь находим по графику $S = \frac{60+10}{2} \cdot 5 = 175\text{м}$

Ответ: 0,125 Н; 175 м

2. На цилиндрический каркас диаметром D намотано $N = 100$ витков никелиновой проволоки. На получившуюся катушку подано напряжение $U = 12,56\text{ В}$, а плотность тока в проволоке оказалась равной $j = 2\text{ А/мм}^2$. Определите диаметр цилиндра. Удельное сопротивление никелина $\rho = 0,4 \cdot 10^{-6}\text{ Ом}\cdot\text{м}$. а) Определите диаметр цилиндра. б) Определите радиус проволоки, если этот нагреватель за $\tau = 10$ минут нагревает 1 литр воды от 20°C до кипения. Удельная теплоёмкость воды $c = 4,2\text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$. Потери тепла не учитывать.

Решение

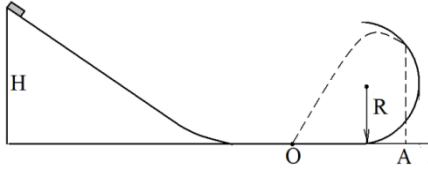
А) Сила тока $I = jS$, а по закону Ома $I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho L}$, где L – длина проволоки, S – площадь поперечного сечения проволоки. Длина $L = \pi DN$, где D – диаметр каркаса. Из этих выражений получаем $j = \frac{U}{\rho \pi DN}$ и выражаем $D = \frac{U}{\rho \pi j N} = 5\text{ см}$

Б) Количество теплоты $Q = \frac{U^2 \tau}{R} = \frac{U^2 \tau S}{\rho L} = \frac{U^2 \tau \pi r^2}{\rho \pi DN} = \frac{U^2 \tau r^2}{\rho DN} = cm\Delta t$.

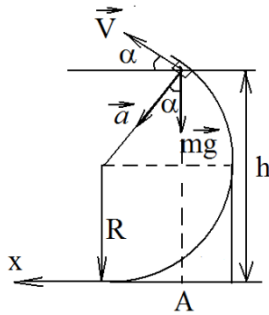
Тогда радиус проволоки $r = \sqrt{\frac{cm\Delta t \rho DN}{U^2 \tau}} = 2,7\text{ мм}$

Ответ: а) 5 см б) 2,7 мм

3. Гимнаст на роликах скатывается без начальной скорости с горки высотой H и, проехав некоторое расстояние по горизонтали, поднимается по дуге окружности радиуса R . В некоторой точке он отрывается от опоры, переворачивается, и приземляется в точке O . Определите расстояние OA . Трением при движении и сопротивлением воздуха пренебречь. Радиус полуокружности $R = 6$ м, высота $H = 1,9R$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Решение



Так как трением можно пренебречь, приравняем механическую энергию в исходной точке и точке отрыва

$$mgH = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad (1)$$

Высота, на которой произошёл отрыв $h = R + R\cos\alpha$. (2)

В момент отрыва сила реакции опоры $N = 0$, тогда $mg\cos\alpha = m\frac{V^2}{R}$, т.е. $V^2 = Rg\cos\alpha$. (3)

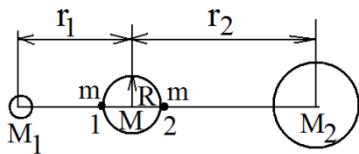
Подставляем (2) и (3) в уравнение (1) $mg1,9R = \frac{mRg\cos\alpha}{2} + mgR(1 + \cos\alpha)$ и получаем $3,8 = 2 + 3\cos\alpha$, т.е. $\cos\alpha = 0,6$, следовательно, $\sin\alpha = 0,8$.

Из (3) находим скорость при отрыве $V = 6$ м/с, из (2) $h = 9,6$ м.

Конечная координата по оси Y равна нулю, $0 = h + V\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$, подставляя в это уравнение скорость и высоту и решая квадратное уравнение находим время $t = 2,646$ с.

Находим координату $x = V\cos\alpha t = 9,52$ м.

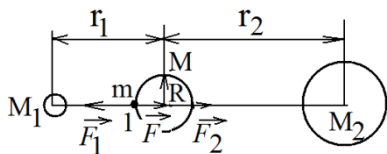
Ответ: 9,52 м



4. Три планеты однажды оказались на одной прямой как изображено на рисунке. На поверхности средней в двух точках находятся два тела одинаковой массы $m = 4$ тонны. В какой точке (1 или 2) вес этого тела больше и на сколько?

Расстояния $r_1 = 3R$, $r_2 = 5R$. Массы планет $M_1 = M/2$, $M_2 = 3M$.

Решение



Направление сил, действующих на тело в точке 1, указано на рисунке. Используя закон Всемирного тяготения и учитывая направления сил, получаем

$$P_1 = -\frac{GM_1m}{(r_1-R)^2} + \frac{Gm}{R^2} + \frac{GM_2m}{(r_2+R)^2} = \frac{23}{24} \frac{GMm}{R^2}$$

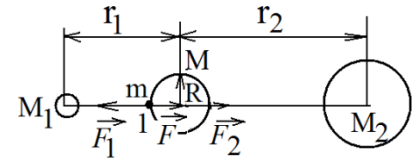
Для точки 2, с учётом указанных направлений, получаем

$$P_2 = \frac{GM_1 m}{(r_1 + R)^2} + \frac{GMm}{R^2} - \frac{GM_2 m}{(r_2 - R)^2} = \frac{27}{32} \frac{GMm}{R^2}. \quad \text{Тогда}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{23}{24} \frac{GMm}{R^2} - \frac{27}{32} \frac{GMm}{R^2} = \frac{11}{96} \frac{GMm}{R^2} = 0,114 \frac{GMm}{R^2}.$$

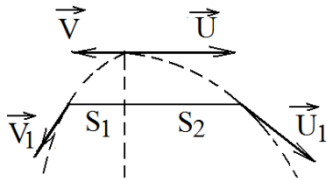
Отношение $\frac{P_1}{P_2} = 1,14$

Ответ: в т. 1 больше на $0,114 \frac{GMm}{R^2}$.



5. Из ракетницы вертикально вверх производится выстрел. Снаряд массой m , вылетевший со скоростью 200 м/с в верхней точке траектории разрывается на 2 осколка, которые разлетаются в горизонтальном направлении со скоростями $V = 3 \text{ м/с}$ и $U = 12 \text{ м/с}$. Определите расстояние между осколками в момент, когда их скорости будут перпендикулярны друг другу. Силой сопротивления воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



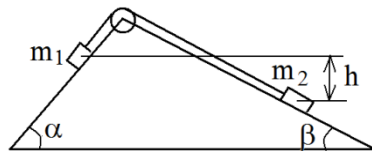
Так как осколки снаряда разлетаются в горизонтальном направлении, то в любой момент времени вертикальные составляющие скорости одинаковы $V_y = g t$ и расстояние, который каждый осколок пролетит по вертикали одинаковые расстояния. Таким образом, осколки в любой момент времени находятся на одной горизонтали. Разложим скорости на составляющие по координатным осям и совместим их. Так как ускорение по горизонтали равно нулю, то горизонтальные составляющие скорости не изменяются.

Из подобия треугольников можно записать $\frac{V}{gt} = \frac{gt}{U}$, тогда время $t = \frac{\sqrt{VU}}{g} = 0,6 \text{ с}$.

Расстояние между осколками $S = S_1 + S_2 = (V + U) \frac{\sqrt{VU}}{g} = 9 \text{ м}$.

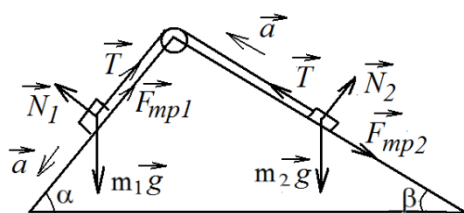
Ответ: 9 м

Вариант 2



1. На вершине неподвижного клина закреплён невесомый блок через который перекинута нерастяжимая нить с двумя грузами $m_1 = 1,0 \text{ кг}$, $m_2 = 0,5 \text{ кг}$. Углы $\alpha = 53^\circ$, $\beta = 37^\circ$. Первый груз находится на величину $h = 90 \text{ см}$ выше второго. Через какое время после начала движения грузы окажутся на одной горизонтали? Коэффициент трения скольжения между грузами и поверхностью клина $\mu = 0,2$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\sin 53^\circ = 0,8$, $\sin 37^\circ = 0,6$.

Решение



Расставим силы, действующие на грузы, и используем II закон Ньютона. Для 1-го груза проекции на

$$OY: N - m_1 g \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_{mp.1} = \mu m_1 g \cos \alpha$$

$$OX: m_1 g \sin \alpha - T - F_{mp.1} = m_1 a;$$

$$m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha = m_1 a \quad (1)$$

$$\text{Для 2-го груза } OY: N - m_2 g \cos \beta = 0 \Rightarrow F_{mp.2} = \mu m_2 g \cos \beta$$

$$OX: T - F_{mp} - m_2 g \sin \alpha = m_2 a; \quad T - \mu m_2 g \cos \beta - m_2 g \sin \beta = m_2 a \quad (2)$$

Суммируя уравнения (1) и (2) избавляемся от силы натяжения нити T и получаем ускорение $a = 2M/c^2$.

Оба груза прошли одинаковые пути $S = \frac{at^2}{2}$. Тогда $h = S \sin \alpha + S \sin \beta = \frac{at^2}{2} (\sin \alpha + \sin \beta)$.

$$\text{Из последнего уравнения находим время } t = \sqrt{\frac{2h}{a(\sin \alpha + \sin \beta)}} = 0,8 \text{ с}$$

Ответ: 0,8 с

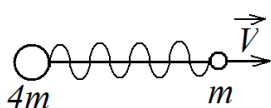
2. С горизонтально летящего на высоте $H = 500$ м со скоростью $V = 200$ км/ч вертолѐта сбрасывают без толчка с интервалом 4 секунды два груза. Через какое время с момента падения первого груза расстояние между грузами станет равно 160 м? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Горизонтальная составляющая скорости у первого и второго грузов одинакова и равна скорости вертолѐта. Оба груза находятся в любой момент времени на одной вертикали. Поэтому надо учитывать только вертикальную составляющую. Начальная скорость по вертикали равна нулю, тогда расстояние между грузами равно разности координат по оси

$$OY: S = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-\tau)^2}{2}, \quad \frac{2S}{g} = 2t\tau - \tau^2, \quad t = \frac{1}{2\tau} \left(\frac{2S}{g} + \tau^2 \right) = \frac{1}{8} \left(\frac{2 \cdot 160}{10} + 16 \right) = 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с



3. Два шарика массами $m_1 = m = 100$ г и $m_2 = 4m$ соединили лёгкой пружиной длины 20 см. Концы пружины связали нитью длиной 10 см. Эта система движется с постоянной скоростью $V = 1$ м/с. После пережигания нити скорость малого шарика увеличивается в 9 раз.

Найти жѐсткость пружины.

Решение

По закону сохранения импульса $5mV = m9V + 4mU$, где U – скорость большого шарика после пережигания нити. Тогда $U = -V = -1\text{ м/с}$, т.е. большой шар будет двигаться в обратную сторону.

Используем закон сохранения энергии для нахождения жёсткости пружины

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{5mV^2}{2} = \frac{m(9V)^2}{2} + \frac{4mV^2}{2} \Rightarrow kx^2 = 80mV^2 \Rightarrow k = \frac{80mV^2}{x^2} = \frac{80 \cdot 0,1 \cdot 1}{0,1^2} = 800\text{ Н/м}$$

Ответ: 800 Н/м

4. На изготовление кипятильника было использовано 20 см^3 нихромовой проволоки. Сколько льда, находящегося при 0°C будет плавиться ежеминутно, если плотность тока в проволоке $j = 2\text{ А/мм}^2$. Коэффициент полезного действия кипятильника $\eta = 80\%$. Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}\text{ Ом}\cdot\text{м}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\text{ кДж/кг}$.

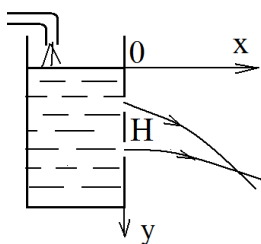
Решение

По закону Джоуля-Ленца количество тепла выделяющегося в проволоке

$$Q = I^2 R t = (j \cdot S)^2 \frac{\rho L}{S} t = j^2 \rho S L t = j^2 \rho V t. \text{ На плавление тратится } 80\% \text{ от него.}$$

$$0,8 j^2 \rho V t = \lambda m \Rightarrow m = \frac{0,8 j^2 \rho V t}{\lambda} = \frac{0,8 \cdot 4 \cdot 10^{12} \cdot 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{330 \cdot 10^3} = 12,8 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$$

Ответ: 12,8 г



5. В стенке бочки с водой просверлены одно над другим 2 отверстия одинаковой площади $S = 0,1\text{ см}^2$. В бочку каждую секунду вливается 70 см^3 воды. Найти координаты точки пересечения вытекающих из отверстия струй. При каком условии точка пересечения вытекающих из отверстия струй воды будет оставаться неподвижной? Найти координаты этой точки в предложенных на рисунке осях. Расстояние между отверстиями $H = 50\text{ см}$.

Ответ: $x=1,2\text{ м}$; $y=1,3\text{ м}$

Решение

Чтобы точка пересечения струй была неподвижной, необходимо чтобы h высота от первого отверстия до поверхности вода оставалась неизменной, т.е. объём поступающей воды был равен объёму вытекающей (в единицу времени).

$$V = S v_1 t + S v_2 t. \quad (1)$$

$$\text{Скорость струи вытекающей из верхнего отверстия } v_1 = \sqrt{2gh}, \text{ из нижнего } v_2 = \sqrt{2g(H+h)}. \quad (2)$$

Используя уравнения (1) и (2) получаем $h = 0,388\text{ м}$.

Координата точки пересечения струй: $x = v_1 t_1 = v_2 t_2$. (3) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{H+h}{h}} = 1,51$.

$y = h + \frac{gt_1^2}{2} = H + h + \frac{gt_2^2}{2}$. (4) Подставляя в это уравнение $t_1 = 1,51t_2$, получаем $t_2 = 0,278c$,
 $t_1 = 0,42c$.

Координата по оси $x = \sqrt{2gh} t_1 = 1,17m$. Координата по оси $y = h + \frac{gt_1^2}{2} = 1,27m$.

Ответ: $x=1,17$ м; $y=1,27$ м