

Городская открытая олимпиада школьников по физике 2022/23 года

Заключительный этап

Городской тур 2022/23. 8 класс

Задача 1.

Обозначим массу всего торта как m , а объем всего торта как V . Тогда масса бисквита $\frac{1}{3}m$, объем бисквита $\frac{1}{3}\frac{m}{\rho_1}$, масса крема $\frac{1}{3}V\rho_2$, объем бисквита $\frac{1}{3}V$. Поскольку плотность джема равна средней плотности торта, можно утверждать, что средняя плотность бисквита и крема также равна средней плотности торта.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\frac{1}{3}m + \frac{1}{3}V\rho_2}{\frac{1}{3}\frac{m}{\rho_1} + \frac{1}{3}V}$$

Преобразуем это выражение и получим

$$V\left(\frac{1}{3}m + \frac{1}{3}V\rho_2\right) = m\left(\frac{1}{3}\frac{m}{\rho_1} + \frac{1}{3}V\right)$$

Сократим равные слагаемые в левой и правой частях и получим

$$\frac{1}{3}V^2\rho_2 = \frac{1}{3}\frac{m^2}{\rho_1}$$

Из этого выражения получаем $\frac{m^2}{V^2} = \rho_1\rho_2$, или $\rho = \sqrt{\frac{m^2}{V^2}} = \sqrt{\rho_1\rho_2} = 900$ кг/м³.

Ответ: плотность джема $\rho = 900$ кг/м³.

Задача 2.

За все время движения произошли две встречи детей. Если первая встреча произошла пока Андрей еще шел в сторону магазина, то Даша доедет до магазина раньше, значит вторая встреча произойдет еще до того, как Андрей дойдет до магазина. Аналогично, если первая встреча произошла когда Андрей уже возвращается из магазина, то и вторая встреча произойдет когда он будет возвращаться.

Ниже мы подробно рассмотрим второй случай, первый случай разбирается аналогично. Обозначим расстояние от дома до магазина S , расстояние от места первой встречи до магазина L . Тогда вторая встреча произошла на расстоянии L от дома. Пусть скорость Андрея v , тогда скорость Даши равна $3v$. До момента первой встречи Андрей прошел расстояние $S + L$ и потратил на это время $\frac{S+L}{v}$. Даша потратила на дорогу время $\frac{S-L}{3v}$, но она выехала на t позже. Отсюда получаем

$$\frac{S+L}{v} = \frac{S-L}{3v} + t$$

$$3(S+L) = (S-L) + 3vt$$

$$2S + 4L = 3vt \tag{1}$$

До момента второй встречи Андрей прошел, а Даша проехала расстояние $2S - L$. Тогда аналогично

$$\frac{2S-L}{v} = \frac{2S-L}{3v} + t$$

$$3(2S-L) = (2S-L) + 3vt \tag{2}$$

Вычитаем из уравнения (2) уравнение (1) и получаем после сокращений $S = 3L$. Теперь подставим это соотношение в выражение (1) и получим

$$\frac{10}{3}S = 3vt \tag{3}$$

Отсюда

$$\frac{S}{v} = \frac{9}{10}t \tag{4}$$

Значит Андрей потратил на 9 минут на дорогу до магазина и 9 минут на обратную дорогу, суммарно 18 минут. Даша суммарно потратила 6 минут на дорогу и выехала на 10 минут позже. Следовательно, она вернется домой на 2 минуты раньше Андрея.

Аналогично разбираем второй случай. В этом случае Андрей идет в одну сторону 45 минут, а вся дорога до магазина и обратно занимает у него 90 минут. Даша едет в 3 раза быстрее, поэтому она доедет до магазина и обратно за 30 минут. Но она выехала на 10 минут позже, поэтому вернется на 50 минут раньше Андрея.

Ответ: Даша вернется раньше на 2 минуты или на 50 минут.

Задача 3. Если температура внутри домика не изменяется, то мощность теплопотерь равна мощности нагревателя. До утепления домиков можно это условие записать как

$$P = \alpha(T - T_0) \quad (1)$$

Заметим, что суммарная мощность теплопотерь складывается из теплопотерь через стены, окна и остальные части дома (пол, крышу). При этом теплопотери через стены не влияют напрямую на теплопотери через окна. Только посредством изменения установившейся температуры внутри домика.

Когда Ниф-Ниф установил стеклопакеты, у его домика коэффициент теплообмена уменьшился, обозначим уменьшение коэффициента теплообмена α_1 . Запишем равенство мощности нагревателя и мощности теплопотерь для домика со стеклопакетами

$$P = (\alpha - \alpha_1)(T_1 - T_0) \quad (2)$$

$$\alpha - \alpha_1 = \alpha \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \alpha \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = 0,3\alpha \quad (4)$$

Когда Нуф-Нуф утеплил стены, у его домика коэффициент теплообмена уменьшился на α_2 . Запишем равенство мощности нагревателя и мощности теплопотерь для домика с утепленными стенами

$$P = (\alpha - \alpha_2)(T_2 - T_0) \quad (5)$$

$$\alpha_2 = \alpha \frac{T_2 - T}{T_2 - T_0} = 0,2\alpha \quad (6)$$

У домика Наф-Нафа установлены стеклопакеты и утеплены стены. Тогда у его домика коэффициент теплообмена будет равен $\alpha - \alpha_1 - \alpha_2 = 0,5\alpha$. Пусть необходимая мощность нагревателя равна P_3 , тогда

$$P_3 = 0,5\alpha(T_3 - T_0) \quad (7)$$

Подставим выражение для α и получим

$$P_3 = 0,5 \frac{P}{T - T_0} (T_3 - T_0) = \frac{3}{4} P = 750 \text{ Вт} \quad (8)$$

Ответ: Мощность нагревателя 750 Вт.

Задача 4.

Из графика видим, что высота гири над дном сосуда увеличивается, значит на графике показана высота гири большего объема (меньшей плотности).

Проанализируем график. В момент времени 1 минута вода поднимается до нижней границы гири. После этого гири частично погружены в воду. В момент 3 минуты гиря начинает подниматься быстрее. Это происходит из-за того, что вторая (более плотная) гиря целиком погружена под воду. После 3 минут сила Архимеда второй гири уже не меняется. Тогда, для сохранения равновесия, не должна меняться и глубина погружения первой гири. Отсюда получаем, что уровень воды в сосуде увеличивается со скоростью 1 сантиметр в минуту. С 1 по 3 минуту в сосуд налили 2 см воды, а первый груз поднялся на 1 см. Значит он погружен на 1 см в воду. Из условия сохранения длины нити второй груз опустился на 1 см, значит он погружен в воду на 3 см. Тогда высота грузов $H = 3$ см, а соотношение плотностей равно 1 : 3.

Теперь построим график зависимости силы натяжения нити от времени. В течение первой минуты гиря висит в воздухе и её сила тяжести равна $mg = 1$ Н. После этого гиря начинает погружаться в воду. За две следующие минуты уровень воды поднялся на 2 см, а гиря поднялась на 1 см. Значит гиря на $h = 1$ см погружена в воду. Запишем условие равновесия гири:

$$mg = T + \rho g V_{\text{погр}} = T + \rho g h s$$

Подставим числа и получим, что сила натяжения нити в момент времени 3 минуты равна $T = 0,7 \text{ Н}$.

Далее гиря будет всплывать, и сила Архимеда будет оставаться постоянной до тех пор, пока второй груз не коснется дна сосуда. Это произойдет в момент времени 7 минут, когда высота первой гири над дном сосуда будет равна 10 см. Далее гиря будет оставаться на одной высоте, а её глубина погружения будет увеличиваться. Тогда в момент времени 9 минут гиря будет погружена в воду полностью, а сила натяжения станет равна

$$T = mg - \rho g H s = 0,1 \text{ Н}$$

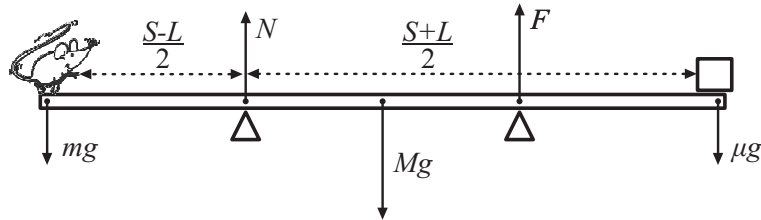
После 9 минут гиря целиком погружена в воду, при дальнейшем увеличении уровня воды в сосуде сила Архимеда груза будет оставаться постоянной, а значит будет оставаться постоянной и сила натяжения нити. Итоговый график зависимости силы натяжения нити от времени показан на рисунке



Ответ: Отношение плотностей 3 : 1, высота гири 3 см.

Задача 5.

Обозначим S длину доски, M - массу доски, μ - массу сыра и v - скорость мышки.



Вначале показания тензодатчика увеличиваются. Это значит, что датчик находится в дальней от мышки опоре. Учтем это при записи условия равновесия доски относительно опоры без тензодатчика.

$$mg \left(\frac{S-L}{2} - vt \right) + F(t)L = Mg \frac{L}{2} + \mu g \frac{S+L}{2}$$

В этом выражении изменяется только расстояние от мышки до опоры и сила F . Тогда мы можем записать изменение этого выражения за время Δt

$$-mgv\Delta t + \Delta FL = 0$$

За 25 секунд, пока мышка бежала от одного конца доски до другого, сила реакции опоры изменилась на 1 Н. Тогда для скорости мышки

$$v = \frac{L}{mg} \frac{\Delta F}{\Delta t} = 8 \text{ см/с}$$

Зная скорость мышки несложно найти, что длина доски

$$S = vt = 8 \text{ см/с} \cdot 25 \text{ с} = 200 \text{ см}$$

Когда мышка бежала к сыру сила реакции опоры изменилась на 1 Н. Когда мышка схватила сыр и побежала с ним в обратную сторону сила реакции опоры изменилась на 2 Н. Из этого следует, что масса сыра равна массе мышки $\mu = m = 50 \text{ г}$. В момент 37,5 секунд мышка с сыром находятся ровно посередине доски. Тогда их сила тяжести поровну распределяется между опорами. Сила тяжести доски также поровну распределяется между опорами потому что опоры установлены симметрично относительно середины доски. В момент 37,5 секунд показания тензодатчика равны 5 Н

$$\frac{mg + \mu g}{2} + \frac{Mg}{2} = 5 \text{ Н}$$

Отсюда

$$M = \frac{2 \cdot 5 \text{ Н}}{g} - m - \mu = 900 \text{ г}$$

Ответ: Скорость мышки 8 м/с, масса доски 900 г