

**Возможные решения задач:
7й класс 1-й вариант**

Задача 1. Фордзон-Путиловец

Посчитаем какую площадь трактор сможет вспахать за 1 час работы. Это площадь прямоугольника с длиной 2 мили на 30 дюймов, или 3200 м на 76,2 см. Площадь такого прямоугольника равна приблизительно 2440 м^2 , или 0,244 Га. Тогда для того, чтобы полностью вспахать поле потребуется $650/0,244 \approx 2670$ часов работы трактора. За 12 часов трактор расходует 318 литров керосина, то есть 26,5 литров в час. За 2670 часов получаем приблизительно 70700 литров или $70,7 \text{ м}^3$. Умножаем объём керосина на его плотность и получаем массу $\approx 56,5$ тонн керосина.

Задача 2. Задача для маляра

Площадь поверхности пропорциональна квадрату размера, значит для домика площадь будет в $6^2 = 36$ раз больше, чем для собачьей будки. Таким образом, для покраски домика в 2 слоя потребуется в $2 \cdot 36$ раз больше краски, чем для покраски будки. Итого получаем, что для домика потребуется 36 литров краски.

Задача 3. Поездка на дачу

Обозначим расстояние, которое Владислав проехал по городу, как $S_1 = 10 \text{ км}$, а соответствующее время $t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{1}{4}$ часа. Пусть расстояние по скоростной магистрали равно $S_2 = v_2 t_2$, где t_2 – время движения по автомагистрали. Средняя скорость в момент съезда с автомагистрали равна отношению суммарного пути к суммарному времени движения $u_1 = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$. Отсюда получаем $S_1 + S_2 = u_1(t_1 + t_2) = v_1 t_1 + v_2 t_2$. Можем выразить время движения по автомагистрали $t_2 = \frac{u_1 - v_1}{v_2 - u_1} t_1 = 3t_1 = 45 \text{ мин}$.

Пусть расстояние по обычной дороге на последнем участке пути равно $S_3 = v_3 t_3$, где t_3 – время движения на третьем участке. Средняя скорость в конце движения равна отношению суммарного пути к суммарному времени движения $u_2 = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$. Перепишем это выражение в виде: $u_2(t_1 + t_2 + t_3) = S_1 + S_2 + S_3 = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3$ и выразим время движения на последнем участке $t_3 = \frac{v_1 + 3v_2 - 4u_2}{u_2 - v_3} t_1 = 2t_1 = 30 \text{ мин}$. Зная времена движения находим суммарное расстояние от дома до дачи $v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = 135 \text{ км}$.

Задача 4. Кубики в сосуде

Первые 4 см (10 секунд) и вторые 4 см (18 секунд) отличаются тем, что на первых 4 см часть площади сечения сосуда занимает кубик со стороной 4 см. Тогда разница в 8 с связана с заполнением объема, равного объёму кубика со стороной 4 см и объёмом 64 см^3 . Отсюда скорость заливания воды в сосуд составляет $8 \text{ см}^3/\text{сек}$. При заливании воды выше 8 см площадь, занятая кубиками уменьшается на $8^2 - 6^2 = 28 \text{ см}^2$. Значит на каждый см уровня воды будет тратиться на 3,5 секунды больше времени. Еще на 4 см уровень поднимется через $18 + 14 = 32$ секунды, а на 6 см – через 48 секунд. Суммарно кубик с ребром 6 см окажется целиком под водой через 76 секунд.

Задача 5. Снежная зима

За зиму на единицу площади поверхности Земли выпала масса снега, равная массе воды слоем 210 мм. То есть на каждый квадратный метр приходится 210 кг снега. Найдём массу снега в верхнем слое толщиной 60 см. Если плотность умножить на высоту снега, мы получим массу, приходящуюся на единицу площади поверхности. Для случая плотности, зависящей от глубины нужно посчитать площадь под графиком. Тогда масса 60 см снега равна 120 кг на 1 квадратный метр. Оставшиеся 90 кг снега имеют плотность 300 кг/м^3 и занимают слой толщиной 30 см. Тогда суммарная толщина снежного покрова равна 90 см.

7й класс 2-й вариант

Задача 1. Фордзон-Путиловец

2,8 барреля – это приблизительно 445 литров, или 356 кг керосина. Трактор расходует 20 кг керосина в час, значит поле площадью 10 акров трактор может вспахать за 17,8 часа.

Переведём площадь поля в квадратные метры. 66 футов – это 20,1 м. Тогда 1 акр равен приблизительно 4050 м^2 . Значит площадь поля в 10 акров равна 40500 м^2 . Трактор вспахивает полосу шириной 76 см, значит он должен проехать 53300 м чтобы вспахать все поле. Тогда средняя скорость трактора равна $53,3 \text{ км}/17,8 \text{ ч} = 3,0 \text{ км/ч}$.

Задача 2. Задача для маляра

Площадь поверхности пропорциональна квадрату размера, значит для домика площадь будет в $8^2 = 64$ раз больше, чем для собачьей будки. Таким образом, для покраски домика в 2 слоя потребуется в $2 \cdot 64$ раз больше краски, чем для покраски будки. Итого получаем, что для домика потребуется 64 литра краски.

Задача 3. Поездка на дачу

Обозначим расстояние, которое Григорий проехал по дороге, как $S_1 = 35 \text{ км}$, а соответствующее время $t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{1}{2}$ часа. Пусть расстояние по скоростной

магистрали равно $S_2 = v_2 t_2$, где t_2 – время движения по автомагистрали. Средняя скорость в момент съезда с автомагистрали равна отношению суммарного пути к суммарному времени движения $u_1 = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$. Отсюда

получаем $S_1 + S_2 = u_1(t_1 + t_2) = v_1 t_1 + v_2 t_2$. Можем выразить время движения по автомагистрали $t_2 = \frac{u_1 - v_1}{v_2 - u_1} t_1 = \frac{3}{2} t_1 = 45 \text{ мин}$.

Пусть расстояние по городу на последнем участке пути равно $S_3 = v_3 t_3$, где t_3 – время движения на третьем участке. Средняя скорость в конце движения равна отношению суммарного пути к суммарному времени движения $u_2 = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$. Перепишем это выражение в виде:

$u_2(t_1 + t_2 + t_3) = S_1 + S_2 + S_3 = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3$ и выразим время движения на последнем участке $t_3 = \frac{v_1 + 3v_2 - 4u_2}{u_2 - v_3} t_1 = \frac{t_1}{2} = 15 \text{ мин}$. Зная времена движения

находим суммарное расстояние от дома до дачи $v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = 135 \text{ км}$.

Задача 4. Кубики в сосуде

Первые 4 см (15 секунд) и вторые 4 см ($25 - 15 = 10$ секунд) отличаются тем, что на первом участке (от 0 до 4 см) часть площади сечения сосуда занимает кубик со стороной 4 см и площадью 16 см^2 , а на втором участке (от 4 до 8 см) – кубик со стороной 6 см и площадью 36 см^2 . Тогда разница в 5 секунд связана с тем, что воде нужно заполнить меньший объём. Изменение площади кубика равно 20 см^2 , тогда изменение объёма равно 80 см^3 . Вода заполнила вторые 4 см на 5 секунд быстрее, значит вода наливается в сосуд со скоростью $16 \text{ см}^3/\text{с}$.

Когда уровень воды будет подниматься от 8 до 10 см, воде нужно будет дополнительно заполнять площадь кубика со стороной 8 см, то есть 64 см^2 , по сравнению с заполнением от 4 см до 8 см. Тогда на каждый сантиметр уровня воды будет уходить на 4 секунды больше времени. Тогда вода поднимется от 8 см до 10 см за $5 + 4 \cdot 2 = 13$ секунд. Суммарное время после начала эксперимента, когда кубик со стороной 6 см окажется под водой равно $15 + 10 + 13 = 38$ секунд.

Задача 5. Снежная зима

За зиму на единицу площади поверхности Земли выпала масса снега, равная массе воды слоем 150 мм. То есть на каждый квадратный метр приходится 150 кг снега. Найдём массу снега в верхнем слое толщиной 60 см. Если плотность умножить на высоту снега, мы получим массу, приходящуюся на единицу площади поверхности. Для случая плотности, зависящей от глубины нужно посчитать площадь под графиком. Тогда масса 60 см снега равна 120 кг на 1 квадратный метр. Оставшиеся 30 кг снега имеют плотность 300 кг/м^3 и занимают слой толщиной 10 см. Тогда суммарная толщина снежного покрова равна 70 см.