

Районный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике.

в 2024/2025 учебном году в Санкт-Петербурге.

Возможные решения и критерии оценивания

8 класс 1-й вариант

1. Лампа с абажуром. Абажур для лампы состоит из проволочного каркаса, обтянутого тканью. На заводе делают абажуры для ламп разного размера. Масса абажура размером 10 см равна 75 г, а масса абажура размером 20 см равна 200 г. А какую массу имеет абажур размером 30 см? Все абажуры имеют одинаковую форму и делаются из одинаковых материалов (проволоки одинаковой толщины и ткани из одного рулона).

Возможное решение:

Масса абажура состоит из массы проволоки m_1 и массы ткани m_2 .

$$m_1 + m_2 = 75 \text{ г.}$$

При увеличении размеров абажура масса проволоки увеличивается пропорционально длине, то есть пропорционально размерам абажура. А масса ткани увеличивается пропорционально площади абажура, то есть квадрату размера абажура. Тогда масса абажура размером 20 см равна:

$$2 \cdot m_1 + 4 \cdot m_2 = 200 \text{ г.}$$

Решая эти уравнения, находим, что $m_1 = 50 \text{ г}$, $m_2 = 25 \text{ г}$.

Масса абажура размером 30 см будет равна $3 \cdot m_1 + 9 \cdot m_2 = 375 \text{ г}$.

2. Распилить бревно. Тяжёлое однородное бревно длиной 7 м для транспортировки хотят распилить на части длиной не более 2-х метров. Бревно положили на козлы, у которых расстояние между опорами равно 80 см. Какое минимальное число распилов для этого придется сделать, если не передвигать бревно по козлам? Бревно на козлах должно всегда оставаться в равновесии.

Возможное решение.

Центр масс бревна находится в его середине. Для того, чтобы бревно было в равновесии, центр масс бревна должен находиться между опорами козлов. Тогда за один раз можно отпилить кусок бревна не длиннее, чем удвоенное расстояние между опорами. Значит, максимальная длина отпиленной части бревна равна 1,6 м. Тогда минимально бревно нужно распилить на 5 частей, для чего придётся сделать 4 распила.

Докажем, что 4-х распилов будет достаточно. Первый раз центр масс бревна может быть в любом месте между опорами козлов. Первым распилом смещаем центр масс к одной из опор, минимально на 40 см, что соответствует отпиленной части бревна длиной 80 см. Дальше можем пилить так, чтобы смещать центр масс к другой опоре, то есть кусками по 1,6 м. После 4-х распилов остаётся кусок бревна длиной не более, чем 1,4 м.

3. Сообщающиеся сосуды. В два цилиндрических сосуда, сообщающихся друг с другом тонкой трубкой, налита вода. Площадь большого поршня в 4 раза больше малого. Сверху на большой поршень поместили груз, подвешенный на пружине, и налили ещё 6 л масла. Пружина при этом растянулась на 2 см, а груз оказался полностью погружён в масло и не касается стенок сосуда. Если этот груз подвесить

на пружине в воздухе, то он растянет пружину на 5 см. Найдите, насколько при этом поднимется малый поршень от первоначального положения.

Вода не просачивается через поршни, поршни невесомые и трения нет, массой и объёмом пружины пренебречь. Плотность груза 2 г/см^3 , плотность воды 1 г/см^3 , плотность масла $0,8 \text{ г/см}^3$, масса груза 10 кг , площадь малого поршня 135 см^2 .

Возможное решение.

Найдём коэффициент жёсткости пружины: $F_{\text{упр2}} = k_{\Delta l_2}$, $m_{\text{г}}g = k_{\Delta l_2}$, где $\Delta l_2 = 5 \text{ см}$. $k = \frac{m_{\text{г}} \cdot g}{\Delta l_2} = 2000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

На тело, находящееся в масле, действуют силы: сила реакции опоры, сила Архимеда ($F_A = \rho_{\text{м}}gV_{\text{г}}$), сила упругости растянутой пружины ($F_{\text{упр1}} = k_{\Delta l_1}$) и сила тяжести. Найдём силу реакции опоры, действующую на груз: $N = m_{\text{г}}g - k_{\Delta l_1} - \rho_{\text{м}}gV_{\text{г}}$

$$N = m_{\text{г}}g - m_{\text{г}}g \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} - \rho_{\text{м}}g \frac{m_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}}} = m_{\text{г}}g \left(1 - \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} - \frac{\rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{г}}}\right) = 100 \text{ Н} (1 - 0,4 - 0,4) = 20 \text{ Н}.$$

Вес груза (сила давления на дно): $P_{\text{г}} = N = 20 \text{ Н}$.

Найдём силу, с которой груз и масло давят на большой поршень:

$$P_1 = P_{\text{груза}} + P_{\text{масла}}; P_{\text{масла}} = \rho_{\text{м}}gh_{\text{м}}S_1 = \rho_{\text{м}}gV_{\text{общий}} = (V_{\text{м}} + V_{\text{г}})\rho_{\text{м}}g =$$

$$= (0,006 \text{ м}^3 + 0,005 \text{ м}^3) \cdot 800 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} = 88 \text{ Н}$$

Итак, $P_1 = 20 + 88 = 108 \text{ Н}$.

Так как вода не сжимаема, то можно записать:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$S_1h_1 = S_2h_2$, где h_1, h_2 – высота на которую один поршень опустился, другой поднялся. Отсюда следует, что $h_2 = 4h_1 = 4h$. Разность высот положения поршней $H = h_1 + h_2 = 5h$

Давление на воду большого поршня равно давлению столба воды высотой H :

$$\rho_{\text{в}}g5h = P_1/S_1, \text{ где } S_1 = 4S_2 = 540 \text{ см}^2.$$

$$\text{Отсюда следует: } h = \frac{P_1}{\rho_{\text{в}} \cdot g \cdot 5 \cdot S_1} = 108 \text{ Н} / (1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 5 \cdot 0,054 \text{ м}^2) = 0,04 \text{ м} = 4 \text{ см}$$

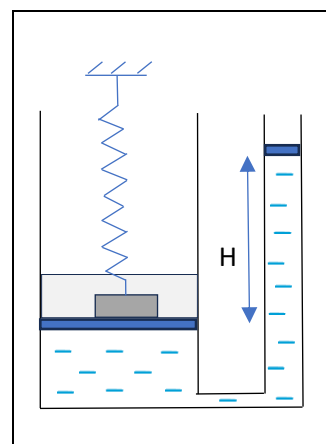
Следовательно, малый поршень поднимется от первоначального положения на высоту

$$h_2 = 4h = 16 \text{ см}.$$

Другой способ нахождения силы давления поршня на воду: сумма всех внешних сил, действующих на систему (пружина-груз-масло-поршень), равна нулю, поэтому

$$P_1 = m_{\text{г}}g + m_{\text{м}}g - k_{\Delta l_1} = m_{\text{г}}g + V_{\text{м}}\rho_{\text{м}}g - \frac{m_{\text{г}} \cdot g}{\Delta l_2} \Delta l_1 = 100 \text{ Н} + 48 \text{ Н} - 40 \text{ Н} = 108 \text{ Н}.$$

(Здесь мы учитываем, что силы давления масла (включая силу Архимеда) являются внутренними для системы пружина-груз-масло-поршень и не влияют на условия её равновесия.)



4. Проектор и автомобиль. Вращающийся прожектор расположен в центре круговой ночной трассы. Его луч делает один оборот за время $t_1 = 2 \text{ мин}$. Гонщик, едущий по трассе с постоянной скоростью, заметил, что луч прожектора падает на его автомобиль через каждые $t_2 = 3 \text{ мин}$. Какой может быть скорость автомобиля, если длина круговой трассы равна $L = 9 \text{ км}$? Рассмотрите все возможные случаи.

Возможное решение.

Пусть скорость автомобиля v , а освещённый след луча бежит вдоль трассы со скоростью $u = \frac{L}{t_1}$. Скорость следа луча прожектора относительно автомобиля может по величине равняться одному из выражений:

- 1) $v_{\text{отн}} = u + v$, — если автомобиль и след луча двигаются навстречу,
- 2) $v_{\text{отн}} = u - v$, — если световой след луча обгоняет автомобиль,
- 3) $v_{\text{отн}} = v - u$, — если автомобиль обгоняет световой след луча.

При этом след луча (световое пятно) за время t_2 делает относительно автомобиля полный круг (снова попадает на автомобиль), то есть проходит путь L , поэтому $v_{\text{отн}} = \frac{L}{t_2}$. Поэтому имеем 3 варианта уравнения на скорость автомобиля:

$$1) \frac{L}{t_2} = \frac{L}{t_1} + v \quad (1),$$

$$2) \frac{L}{t_2} = \frac{L}{t_1} - v \quad (2),$$

$$3) \frac{L}{t_2} = v - \frac{L}{t_1} \quad (3).$$

Подстановка длины L и времён t_1, t_2 даёт для 1-го уравнения отрицательную скорость (движение следа луча по трассе *навстречу* автомобилю при данных условиях задачи невозможно). Для 2-го уравнения

ответ: $v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,5 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = 90 \text{ км/ч},$

Для 3-го варианта

ответ: $v = 125 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 7,5 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = 450 \frac{\text{км}}{\text{ч}},$

5. Находчивый ученик. Ученик 8 класса Пётр решил найти пористость плотного снега ε , т.е. отношение объёма, занятого воздухом, к общему объёму снежного пласта. Он взял стакан с горячей водой температурой $t = 51^\circ\text{C}$ и поставил на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Остывая до температуры t_0 , стакан растопил лунку в снегу глубиной до своего края. По этим данным вычислите пористость снега.

Удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда 340000 Дж/кг , плотность воды 1 г/см^3 , плотность льда $0,9 \text{ г/см}^3$, теплоёмкостью и объёмом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

Возможное решение.

Запишем уравнение теплового баланса:

$C_{\text{в}} m_{\text{в}}(t - t_0) = \lambda m_{\text{л}}$, распишем массу воды в стакане и массу растаявшего льда.

$$C_{\text{в}} \rho_{\text{в}} V_{\text{в}}(t - t_0) = \lambda \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$$

Так как толщиной стенок стакана можно пренебречь, то объём воды в стакане равен объёму образовавшейся лунки $V_{\text{в}} = V$

Пористость: $\varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V} = 1 - \frac{V_{\text{л}}}{V}$

$V = \frac{\lambda \cdot \rho_l \cdot V_l}{C_v \cdot \rho_v \cdot (t - t_0)}$ подставим в формулу пористости снега, получим

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_l \cdot C_v \cdot \rho_v \cdot (t - t_0)}{\lambda \cdot \rho_l \cdot V_l} = 1 - \frac{C_v \cdot \rho_v \cdot (t - t_0)}{\lambda \cdot \rho_l} = 1 - \frac{4200 \cdot 1 \cdot 51}{340000 \cdot 0,9} = 1 - 0,7 = 0,3$$

1. **Лампа с абажуром.** Абажур для лампы состоит из проволочного каркаса, обтянутого тканью. На заводе делают абажуры для ламп разного размера. Масса абажура размером 20 см равна 150 г, а масса абажура размером 40 см равна 400 г. А какую массу имеет абажур размером 60 см? Все абажуры имеют одинаковую форму и делаются из одинаковых материалов (проволоки одинаковой толщины и ткани из одного рулона).

Возможное решение.

Масса абажура состоит из массы проволоки m_1 и массы ткани m_2 .

$$m_1 + m_2 = 150 \text{ г.}$$

При увеличении размеров абажура масса проволоки увеличивается пропорционально длине, то есть пропорционально размерам абажура. А масса ткани увеличивается пропорционально площади абажура, то есть квадрату размера абажура. Тогда масса абажура размером 40 см равна:

$$2 \cdot m_1 + 4 \cdot m_2 = 400 \text{ г.}$$

Решая эти уравнения находим, что $m_1 = 100 \text{ г}$, $m_2 = 50 \text{ г}$.

Масса абажура размером 60 см будет равна $3 \cdot m_1 + 9 \cdot m_2 = 750 \text{ г}$.

2. **Распилить бревно.** Тяжёлое однородное бревно длиной 6 м для транспортировки хотят распилить на части длиной не более 1,5 метров. Бревно положили на козлы, у которых расстояние между опорами равно 70 см. Какое минимальное число распилов для этого придется сделать, если не передвигать бревно по козлам? Бревно на козлах должно всегда оставаться в равновесии.

Возможное решение.

Центр масс бревна находится в его середине. Для того, чтобы бревно было в равновесии, центр масс бревна должен находиться между опорами козел. Тогда за один раз можно отпилить кусок бревна не длиннее, чем удвоенное расстояние между опорами. Значит, максимальная длина отпиленной части бревна равна 1,4 м. Тогда минимально бревно нужно распилить на 5 частей, для чего придётся сделать 4 распила.

Докажем, что 4-х распилов будет достаточно. Первый раз центр масс бревна может быть в любом месте между опорами козлов. Первым распилом смещаем центр масс к одной из опор, минимально на 35 см, что соответствует отпиленной части бревна длиной 70 см. Дальше можем пилить так, чтобы смещать центр масс к другой опоре, то есть кусками по 1,4 м. После 4-х распилов остаётся кусок бревна длиной не более, чем 1,1 м.

3. **Сообщающиеся сосуды.** В два цилиндрических сосуда, сообщающихся друг с другом тонкой трубкой, налита вода. Площадь большого поршня в 4 раза больше малого. Сверху на большой поршень поместили груз, подвешенный на пружине, и налили ещё 6 л масла. Пружина при этом растянулась на 2 см, а груз оказался полностью погружён в масло и не касается стенок сосуда. Если этот груз подвесить на пружине в воздухе, то он растянет пружину на 5 см. Найдите расстояние между поршнями.

Вода не просачивается через поршни, поршни невесомые и трения нет, массой и объёмом пружины пренебречь. Плотность груза 2 г/см^3 , плотность воды 1 г/см^3 , плотность масла $0,8 \text{ г/см}^3$, масса груза 10 кг , площадь малого поршня 135 см^2 .

Возможное решение.

Найдём коэффициент жёсткости пружины: $F_{\text{упр2}} = k\Delta l_2$, $m_{\text{г}}g = k\Delta l_2$, где $\Delta l_2 = 5$ см. $k = \frac{m_{\text{г}} \cdot g}{\Delta l_2} = 2000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

На тело, находящееся в масле, действуют силы: сила реакции опоры, сила Архимеда ($F_A = \rho_{\text{м}}gV_{\text{г}}$), сила упругости растянутой пружины ($F_{\text{упр1}} = k\Delta l_1$) и сила тяжести. Найдём силу реакции опоры, действующую на груз: $N = m_{\text{г}}g - k\Delta l_1 - \rho_{\text{м}}gV_{\text{г}}$

$$N = m_{\text{г}}g - m_{\text{г}}g \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} - \rho_{\text{м}}g \frac{m_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}}} = m_{\text{г}}g \left(1 - \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} - \frac{\rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{г}}}\right) = 100 \text{ Н} (1 - 0,4 - 0,4) = 20 \text{ Н}.$$

Вес груза (сила давления на дно): $P_{\text{г}} = N = 20 \text{ Н}$.

Найдём силу, с которой груз и масло давят на большой поршень:

$$P_1 = P_{\text{груза}} + P_{\text{масла}}; P_{\text{масла}} = \rho_{\text{м}}gh_{\text{м}}S_1 = \rho_{\text{м}}gV_{\text{общий}} = (V_{\text{м}} + V_{\text{г}})\rho_{\text{м}}g = (0,006 \text{ м}^3 + 0,005 \text{ м}^3) \cdot 800 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} = 88 \text{ Н}$$

Итак, $P_1 = 20 + 88 = 108 \text{ Н}$.

Так как вода не сжимаема, то можно записать:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$S_1h_1 = S_2h_2$, где h_1, h_2 – высота, на которую один поршень опустился, другой поднялся. Отсюда следует, что $h_2 = 4h_1 = 4h$. Разность высот положения поршней $H = h_1 + h_2 = 5h$

Давление на воду большого поршня равно давлению столба воды, высотой H :

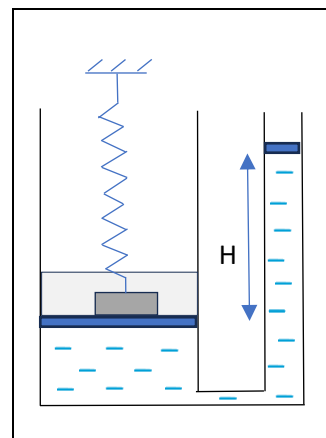
$$\rho_{\text{в}}gH = P_1/S_1, \text{ где } S_1 = 4S_2 = 540 \text{ см}^2.$$

$$\text{Отсюда следует: } H = \frac{P_1}{\rho_{\text{в}} \cdot g \cdot S_1} = 108 \text{ Н} / (1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 0,054 \text{ м}^2) = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см}$$

Другой способ нахождения силы давления поршня на воду: сумма всех внешних сил, действующих на систему (пружина-груз-масло-поршень), равна нулю, поэтому

$$P_1 = m_{\text{г}}g + m_{\text{м}}g - k\Delta l_1 = m_{\text{г}}g + V_{\text{м}}\rho_{\text{м}}g - \frac{m_{\text{г}} \cdot g}{\Delta l_2} \Delta l_1 = 100 \text{ Н} + 48 \text{ Н} - 40 \text{ Н} = 108 \text{ Н}.$$

(Здесь мы учитываем, что силы давления масла (включая силу Архимеда) являются внутренними для системы пружина-груз-масло-поршень и не влияют на условия её равновесия.)



4. Проектор и автомобиль. Вращающийся прожектор расположен в центре круговой ночной трассы. Его луч медленно делает один оборот за время $t_1 = 3$ мин. Гонщик, едущий по трассе с постоянной скоростью, заметил, что луч прожектора падает на его автомобиль через каждые $t_2 = 4$ мин. Какой может быть скорость автомобиля, если длина круговой трассы равна $L = 12$ км? Рассмотрите все возможные случаи.

Возможное решение.

Пусть скорость автомобиля v , а освещённый след луча бежит вдоль трассы со скоростью $u = \frac{L}{t_1}$. Скорость следа луча прожектора относительно автомобиля может по величине равняться одному из выражений:

- 1) $v_{\text{отн}} = u + v$, – если автомобиль и след луча движутся навстречу,
- 2) $v_{\text{отн}} = u - v$, – если световой след луча обгоняет автомобиль,
- 3) $v_{\text{отн}} = v - u$, – если автомобиль обгоняет световой след луча.

При этом след луча (световое пятно) за время t_2 делает относительно автомобиля полный круг (снова попадает на автомобиль), то есть проходит путь L , поэтому $v_{\text{отн}} = \frac{L}{t_2}$. Поэтому имеем 3 варианта уравнения на скорость автомобиля:

$$4) \frac{L}{t_2} = \frac{L}{t_1} + v \quad (1),$$

$$5) \frac{L}{t_2} = \frac{L}{t_1} - v \quad (2),$$

$$6) \frac{L}{t_2} = v - \frac{L}{t_1} \quad (3).$$

Подстановка длины L и времен t_1, t_2 дает для 1-го уравнения отрицательную скорость (движение следа луча по трассе *навстречу* автомобилю при данных условиях задачи невозможно). Для 2-го уравнения

ответ: $v = 1 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = 60 \text{ км/ч}$

Для 3-го варианта

ответ: $v = 7 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = 420 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

5. Находчивый ученик. Ученик 8 класса Пётр решил найти пористость плотного снега ε , т.е. отношение объёма, занятого воздухом, к общему объёму снежного пласта. Он взял стакан с горячей водой температурой $t = 61,2^\circ\text{C}$ и поставил на плотный снег, имеющий температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Остывая до температуры t_0 , стакан растопил лунку в снегу глубиной до своего края. По этим данным вычислите пористость снега.

Удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда 340000 Дж/кг , плотность воды 1 г/см^3 , плотность льда $0,9 \text{ г/см}^3$, теплоёмкостью и объёмом стакана, а также тепловыми потерями пренебречь.

Возможное решение.

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_{\text{в}} m_{\text{в}} (t - t_0) = \lambda m_{\text{л}}, \text{ распишем массу воды в стакане и массу растаявшего льда.}$$

$$C_{\text{в}} \rho_{\text{в}} V_{\text{в}} (t - t_0) = \lambda \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$$

Так как толщиной стенок стакана можно пренебречь, то объём воды в стакане равен объёму образовавшейся лунки $V_{\text{в}} = V$

$$\text{Пористость: } \varepsilon = \frac{V - V_{\text{л}}}{V} = 1 - \frac{V_{\text{л}}}{V}$$

$$V = \frac{\lambda \cdot \rho_{\text{л}} \cdot V_{\text{л}}}{C_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot (t - t_0)} \text{ подставим в формулу пористости снега, получим}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_{\text{л}} \cdot C_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot (t - t_0)}{\lambda \cdot \rho_{\text{л}} \cdot V_{\text{л}}} = 1 - \frac{C_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot (t - t_0)}{\lambda \cdot \rho_{\text{л}}} = 1 - \frac{4200 \cdot 1 \cdot 61,2}{340000 \cdot 0,9} = 1 - 0,84 = 0,16$$