

Задача 1. I вариант. Мыльная плёнка тянет штангу влево с силой $2\sigma a$, где a – длина части штанги, находящейся в контакте с плёнкой (см. рис. 1). При этом штанга находится на расстоянии x_1 от точки O , величины a и x_1 связаны между собой: $a/(2x_1) = \tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$.

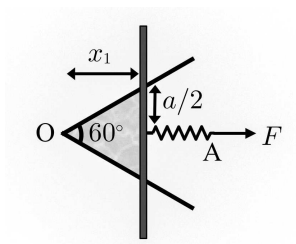


Рис. 1:

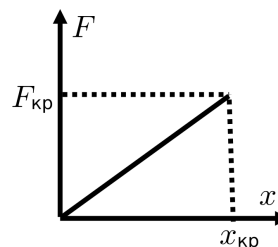


Рис. 2:

Значит, силу действия плёнки на штангу можно записать в виде

$$F_{\text{п}} = 2\sigma a = 4\sigma x_1 \tan 30^\circ = k_1 x_1, \quad \text{где } k_1 = \frac{4\sigma}{\sqrt{3}}.$$

Мыльная плёнка в данной задаче «работает» как своеобразная «пружина» с жёсткостью k_1 . Эта «пружина» соединена с настоящей пружиной последовательно. Обе они натянуты одной силой, но «плёночная пружина» растянута до удлинения x_1 , а настоящая – до некоторого другого удлинения x_2 , причём $F = k_1 x_1 = k x_2$. Такое соединение пружин имеет свойства гуковской пружины с результирующей жёсткостью

$$\frac{1}{k_{\text{общ}}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k_1} \quad \Rightarrow \quad k_{\text{общ}} = \frac{k k_1}{k + k_1} = \frac{4\sigma k}{k\sqrt{3} + 4\sigma}$$

Зависимость F от растяжения всей системы $x = x_1 + x_2$ является линейной $F = k_{\text{общ}} x$. Соответствующий график обрывается, когда x_1 достигает критического значения $\sqrt{3}L/2$ – то есть когда штанга достигает краёв стержней. Далее плёнка рвётся. Так как справедливы соотношения $F = k_1 x_1$, $x = F/k_{\text{общ}}$, критическое значение величин F и x равны

$$F_{\text{кр}} = \frac{4\sigma}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}L}{2} = 2L\sigma, \quad x_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{k_{\text{общ}}} = \frac{2L\sigma(k\sqrt{3} + 4\sigma)}{4\sigma k} = \frac{L(k\sqrt{3} + 4\sigma)}{2k}.$$

Ответ: Система «работает» как пружина, пока $x < x_{\text{кр}}$. График представлен на рисунке 2,

$$F = \frac{4\sigma k}{k\sqrt{3} + 4\sigma} x, \quad x < x_{\text{кр}} = \frac{L(k\sqrt{3} + 4\sigma)}{2k}.$$

Задача 2. I вариант. Построим ход лазерных лучей после того, как они попадают на зеркало, расположенное под некоторым углом α к горизонту. На рисунке 3 зеркало представлено красным отрезком.

Пусть лучи попадают на зеркало в точках А и В. Угол падения лучей $90^\circ - \alpha$. После отражения от зеркала в точке А луч будет распространяться вдоль АС, причём $\angle BAC = \alpha$. Если выбрать точку С так, чтобы ВС было горизонтально, расстояние $|BC| = z$ и будет ответом на вопрос задачи: при дальнейшем преломлении «расстояние между лучами по горизонтали» не будет меняться.

В треугольнике АВС мы также знаем $\angle ABC = \alpha$, потому что это угол наклона зеркала к горизонтالي. Вдобавок, отрезок АВ равен $L/\sin \alpha$ (из прямоугольного жёлтого треугольника).

Поэтому легко найти ВС по теореме синусов в $\triangle ABC$:

$$\frac{|BC|}{\sin \alpha} = \frac{|AB|}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \frac{z}{\sin \alpha} = \frac{L/\sin \alpha}{\sin 2\alpha} \Rightarrow$$

$$z = \frac{L}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{\sin(2(\alpha_0 + \omega t))} = \frac{L}{\sin(90^\circ + 2\omega t)} = \frac{L}{\cos(2\omega t)}, \quad (*)$$

где мы использовали, как α меняется во времени согласно условию.

Это ответ на первый вопрос задачи. На первый взгляд, с ростом времени знаменатель убывает до нуля, и z неограниченно возрастает. Однако, это не так.

Заметим, что наша схема перестанет работать, если лазерные лучи не смогут выйти из оптически более плотной среды – воды – в воздух. Так будет, если угол падения луча на поверхность воды (угол между лучом и вертикалью) $2\alpha - 90^\circ$ станет больше угла полного внутреннего отражения. Критический случай записывается в виде

$$n \sin(2\alpha_{\text{кр}} - 90^\circ) = 1 \Rightarrow \alpha_{\text{кр}} = 45^\circ + \frac{\arcsin(1/n)}{2},$$

а так как угол меняется равномерно, легко найти момент времени, когда реализуется $\alpha_{\text{кр}} = 45^\circ + \omega t_*$: полное внутреннее отражение наступит в момент

$$t_* = \frac{\arcsin(1/n)}{2\omega}.$$

После этого лучи перестанут попадать в воздух из воды, значит, формула (*) уже не будет работать.

Значит, в этот момент расстояние z было максимальным. Соответствующее значение

$$z_{\text{max}} = \frac{L}{\cos(2\omega t_*)} = \frac{L}{\cos(\arcsin(1/n))} = \frac{Ln}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Ответ:

$$z = \frac{L}{\cos(2\omega t)}, \quad t_* = \frac{\arcsin(1/n)}{2\omega}, \quad z_{\text{max}} = \frac{L}{\cos(\arcsin(1/n))} = \frac{Ln}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

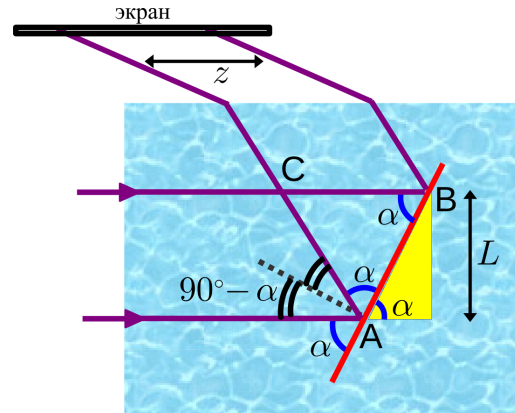


Рис. 3:

Задача 3. I вариант. Известно, что газы в отсеках имели разные температуры при одинаковых P и V . Так может быть только если количество вещества газа в отсеках разное:

$$PV = \nu_1 RT_1, \quad PV = \nu_2 RT_2 \quad \Rightarrow \quad \nu_1 = \frac{PV}{RT_1}, \quad \nu_2 = \frac{PV}{RT_2}.$$

В ходе установления термодинамического равновесия теплота перетекает из левого сосуда в правый. При этом в левом отсеке (где температура изначально выше, а количество вещества меньше) температура будет убывать. Одновременно, так как давление в отсеках будет оставаться одинаковым, поршень поплзёт влево.

В процессе перетекания теплоты и перемещения поршня **газ в правом отсеке будет совершать работу по сжатию газа в левом отсеке**. Однако ровно такую же отрицательную работу будет совершать газ в левом отсеке над газом в правом. Суммарная работа, совершённая обеими газами, будет равна нулю. Сосуд теплоизолирован, то есть энергия не поступает в него снаружи. Значит, **внутренняя энергия системы будет сохраняться**.

Докажем, что в результате этого давление в отсеках вообще не будет меняться! Вначале полная энергия газа равна

$$\frac{3\nu_1 RT_1}{2} + \frac{3\nu_2 RT_2}{2} = \frac{3PV}{2} + \frac{3PV}{2} = 3PV.$$

Предположим, в какой-то промежуточный момент давление в отсеках было равно P' , а объёмы $V_{\text{л}}$ и $V_{\text{п}}$. Конечно, $V_{\text{л}} + V_{\text{п}} = 2V$. Энергия газа в этот момент будет равна

$$\frac{3P'V_{\text{л}}}{2} + \frac{3P'V_{\text{п}}}{2} = \frac{3P'(V_{\text{л}} + V_{\text{п}})}{2} = 3P'V.$$

Приравнивая энергию начальному значению, получим $P = P'$.

Итак, **для каждого газа это изобарический процесс**, теплоёмкость одноатомных газов в таком процессе постоянна и равна $5\nu_1 R/2$ и $5\nu_2 R/2$.

В конце в системе установилась единая температура T , её легко найти, приравнивая энергию системы в этот момент к начальной энергии $3PV$:

$$\frac{3\nu_1 RT}{2} + \frac{3\nu_2 RT}{2} = \frac{3(\nu_1 + \nu_2)RT}{2} = \frac{3RT}{2} \left(\frac{PV}{RT_1} + \frac{PV}{RT_2} \right) = 3PV.$$

Здесь мы использовали значения ν_1 и ν_2 , найденные в самом начале. Отсюда

$$T = \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2}.$$

Понятно, что $T_1 < T < T_2$. Газ в левом отсеке остыл на $T_1 - T$, в изобарическом процессе это соответствует потере теплоты $C_p(T_1 - T)$:

$$\Delta Q = \frac{5\nu_1 R}{2} \left(T_1 - \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2} \right) = \frac{5\nu_1 RT_1}{2} \left(1 - \frac{2T_2}{T_1 + T_2} \right) = \frac{5PV(T_1 - T_2)}{2(T_1 + T_2)}.$$

Такую же теплоту получил газ в правом отсеке. Это ответ на вопрос задачи.

При решении важно было не спутать уменьшение энергии в левом отсеке $C_v(T_1 - T)$ и вытекшую через поршень теплоту $C_p(T_1 - T)$. Для этого необходимо учесть работу, которую правый отсек совершает над левым. Выше мы это сделали, записав теплоёмкость в изобарическом процессе. Можно было сделать это же иначе: записать, что теплота ΔQ , полученная правым отсеком, тратится на увеличение его внутренней энергии $3\nu_2 R(T - T_2)/2$ и работу, которую он совершает над левым отсеком — и которая в изобарическом процессе равна $P(V_2 - V)$. Здесь V_2 — конечный объём правого отсека,

$$\Delta Q = \frac{3\nu_2 R}{2}(T - T_2) + P(V_2 - V).$$

Величину V_2 легко найти из уравнения Клапейрона-Менделеева для правого отсека в конечный момент: $PV_2 = \nu_2 RT$, так как величины ν_2 и T мы уже нашли. Подставив V_2 , ν_2 и T , снова получим верный ответ для ΔQ .

Ответ: Слева направо через поршень протечёт теплота $5PV(T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)/2$.

Задача 4. I вариант. Можно заметить, что П-образную систему зарядов во втором опыте можно представить как суперпозицию системы зарядов из первого и третьего опыта, а именно из двух положительно заряженных Г-образных нитей (изображены красным) и отрицательно заряженной прямой нити (показана синим).

Для наглядности на рисунке вертикальные отрезки немного смещены друг относительно друга, однако, имеется ввиду, что они в точности накладываются друг на друга — так, что Г-образные отрезки удваивают плотность заряда П-перекладины, а прямая нить компенсирует это удвоение и «сокращает» ненужные вертикальные отрезки Г-образных нитей.

В результате напряженность $\vec{E}_2$ является суммой вектора $\vec{E}_1$ и двух векторов $\vec{E}_3$, как показано на рисунке. Так как из симметрии очевидно, что E_3 направлена по биссектрисе прямого угла Г-образной нити, то и на нашем рисунке напряжённости $\vec{E}_3$ направлены под углом 45° к горизонтали. Записав векторное равенство в проекции на направление вектора $\vec{E}_2$, получим $E_2 = \sqrt{2}E_3 - E_1$, откуда несложно найти ответ.

Ответ: напряжённость в третьем опыте равна $(|E_1| + |E_2|)/\sqrt{2}$.

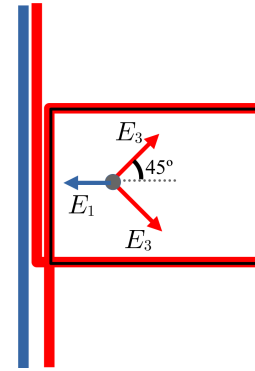


Рис. 4:

Задача 5. I вариант. Представим

$\vec{B}$ в виде суперпозиции полей: поля $B_{||}$, лежащего в плоскости рассматриваемой окружности, и поля $B_{\perp}$, перпендикулярного этой плоскости (см. рис. 5). Заметим, что $|B_{\perp}| = |B_{||}| = B\sqrt{2}/2$.

Рассмотрим составляющие магнитного поля по отдельности. Каждой из этих составляющих будет соответствовать составляющая искомой дополнительной силы, назовём их F_1 и F_2 .

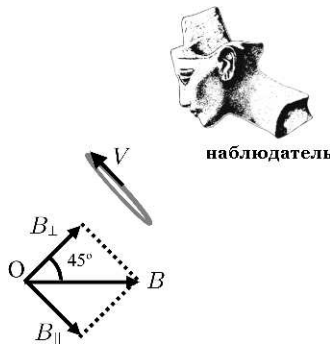


Рис. 5:

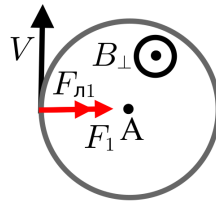


Рис. 6:

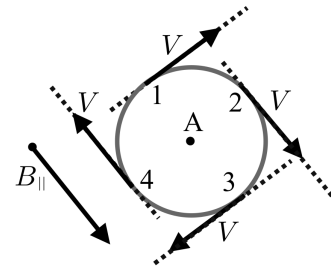


Рис. 7:

Сначала рассмотрим $B_{\perp}$, см. рис. 6. Рисунок построен в плоскости траектории, если смотреть на окружность «навстречу» $B_{\perp}$, поэтому оно направлено «из-за рисунка».

Так как V в любой момент перпендикулярна $B_{\perp}$, сила Лоренца, которую создаёт эта компонента магнитного поля направлена к центру окружности и равна $F_{L1} = qB_{\perp}V = qBV\sqrt{2}/2$.

Равномерное движение по окружности возможно, только если суммарная сила, действующая на вращающееся тело, направлена к центру и равна mV^2/R . Хотя m и R не даны по условию, из того факта, что в самом первом опыте выполнялось условие движения по окружности $qBV = mV^2/R$, мы можем заключить, что во втором опыте F_{L1} в $\sqrt{2}$ раз меньше этой величины.

Значит, по направлению к центру кривизны траектории на шарик должна действовать дополнительная сила F_1 , причём в проекции на направление к центру второй закон Ньютона имеет вид

$$F_1 + F_{L1} = \frac{mV^2}{R} \quad \Rightarrow \quad F_1 = \frac{mV^2}{R} - qB_{\perp}V = qBV \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Эта сила постоянна и всегда направлена к центру окружности.

Компонента $B_{\parallel}$ изображена на рисунке 7. Она также влияет на движение шарика, создавая силу Лоренца $F_{л2}$, перпендикулярную плоскости рисунка 7.

Угол между $B_{\parallel}$ и скоростью шарика меняется, поэтому $F_{л2}$ меняется по величине. Максимальна она в моменты, когда $V \perp B_{\parallel}$, то есть когда шарик пролетает точки 1 и 3. В эти моменты $F_{л2}^{(max)} = qB_{\parallel}V = qBV\sqrt{2}/2$.

Также $F_{л2}$ обращается в ноль, когда шарик пролетает точки 2 и 4 и его скорость параллельна вектору $B_{\parallel}$. Очевидно, что дополнительная сила F_2 должна полностью компенсировать $F_{л2}$ в любой момент времени. Поэтому F_2 также перпендикулярна рисунку и меняется в диапазоне от нуля до $qBV\sqrt{2}/2$. Поэтому минимальная дополнительная сила совпадает с F_1 .

Для нахождения максимальной дополнительной силы нужно сложить векторно взаимоперпендикулярные F_1 и $F_2^{(max)} = qBV\sqrt{2}/2$, получим ответ:

$$F^{(max)} = \sqrt{F_1^2 + (F_2^{(max)})^2} = qBV\sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = qBV\sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

Ответ: дополнительная сила меняется в диапазоне от $qBV(1 - \sqrt{2}/2)$ до $qBV\sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

Задача 1. II вариант. Мыльная плёнка тянет штангу влево с силой $2\sigma a$, где a – длина части штанги, находящейся в контакте с плёнкой (см. рис. 8). При этом штанга находится на расстоянии x_1 от точки О, вдобавок, из геометрических соображений $a/(2x_1) = \tan 45^\circ = 1$.

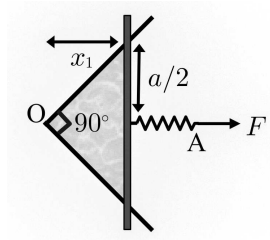


Рис. 8:

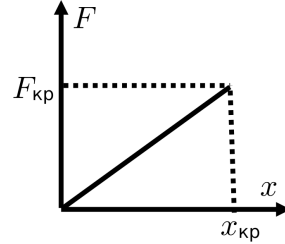


Рис. 9:

Значит, силу действия плёнки на штангу можно записать в виде

$$F_{\Pi} = 2\sigma a = 4\sigma x_1 = k_1 x_1, \quad \text{где } k_1 = 4\sigma.$$

Мыльная плёнка в данной задаче «работает» как своеобразная «пружина» с жёсткостью k_1 . Эта «пружина» соединена с настоящей пружиной последовательно. Обе они натянуты одной силой, но «плёночная пружина» растянута до удлинения x_1 , а настоящая – до некоторого другого удлинения x_2 , причём $F = k_1 x_1 = k x_2$. Такое соединение пружин имеет свойства гукской пружины с результирующей жёсткостью

$$\frac{1}{k_{\text{общ}}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k_1} \quad \Rightarrow \quad k_{\text{общ}} = \frac{k k_1}{k + k_1} = \frac{4\sigma k}{k + 4\sigma}$$

Зависимость F от растяжения всей системы $x = x_1 + x_2$ является линейной $F = k_{\text{общ}} x$. Соответствующий график обрывается, когда x_1 достигает критического значения $\sqrt{2}L/2$ – то есть когда штанга достигает краёв стержней. Далее плёнка рвётся. Так как справедливы соотношения $F = k_1 x_1$, $x = F/k_{\text{общ}}$, критическое значение величин F и x равны

$$F_{\text{кр}} = 4\sigma \frac{\sqrt{2}L}{2} = 2\sqrt{2}L\sigma, \quad x_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{k_{\text{общ}}} = \frac{2\sqrt{2}L\sigma(k + 4\sigma)}{4\sigma k} = \frac{\sqrt{2}L(k + 4\sigma)}{2k}.$$

Ответ: Система «работает» как пружина, пока $x < x_{\text{кр}}$. График представлен на рисунке 2,

$$F = \frac{4\sigma k}{k + 4\sigma} x, \quad x < x_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2}L(k + 4\sigma)}{2k}.$$

Задача 2. II вариант. Построим ход лазерных лучей после того, как они попадают на зеркало, расположенное под некоторым углом α к горизонту. На рисунке 10 зеркало представлено красным отрезком.

Пусть лучи попадают на зеркало в точках А и В. Угол падения лучей $90^\circ - \alpha$. После отражения от зеркала в точке А луч будет распространяться вдоль АС, причём $\angle BAC = \alpha$. Если выбрать точку С так, чтобы ВС было горизонтально, расстояние $|BC| = z$ и будет ответом на вопрос задачи: при дальнейшем преломлении «расстояние между лучами по горизонтали» не будет меняться.

В треугольнике АВС мы также знаем $\angle ABC = \alpha$, потому что это угол наклона зеркала к горизонту. Вдобавок, отрезок АВ равен $L/\sin \alpha$ (из прямоугольного жёлтого треугольника).

Поэтому легко найти ВС по теореме синусов в $\triangle ABC$:

$$\frac{|BC|}{\sin \alpha} = \frac{|AB|}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \frac{z}{\sin \alpha} = \frac{L/\sin \alpha}{\sin 2\alpha} \Rightarrow$$

$$z = \frac{L}{\sin 2\alpha} = \frac{L}{\sin(2(\alpha_0 - \omega t))} = \frac{L}{\sin(90^\circ - 2\omega t)} = \frac{L}{\cos(2\omega t)}, \quad (*)$$

где мы использовали, как α меняется во времени согласно условию.

Это ответ на первый вопрос задачи. На первый взгляд, с ростом времени знаменатель убывает до нуля, и z неограниченно возрастает. Однако, это не так.

Заметим, что наша схема перестанет работать, если лазерные лучи не смогут выйти из оптически более плотной среды – воды – в воздух. Так будет, если угол падения луча на поверхность воды (угол между лучом и вертикалью) $90^\circ - 2\alpha$ станет больше угла полного внутреннего отражения.

$$n \sin(90^\circ - 2\alpha_{\text{кр}}) = 1 \Rightarrow \alpha_{\text{кр}} = 45^\circ - \frac{\arcsin(1/n)}{2},$$

а так как угол меняется равномерно, легко найти момент времени, когда реализуется $\alpha_{\text{кр}} = 45^\circ - \omega t_*$: полное внутреннее отражение наступит в момент

$$t_* = \frac{\arcsin(1/n)}{2\omega}.$$

После этого лучи перестанут попадать в воздух из воды, значит, формула (*) уже не будет работать.

Значит, в этот момент расстояние z было максимальным. Соответствующее значение

$$z_{\text{max}} = \frac{L}{\cos(2\omega t_*)} = \frac{L}{\cos(\arcsin(1/n))} = \frac{Ln}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Ответ:

$$z = \frac{L}{\cos(2\omega t)}, \quad t_* = \frac{\arcsin(1/n)}{2\omega}, \quad z_{\text{max}} = \frac{L}{\cos(\arcsin(1/n))} = \frac{Ln}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

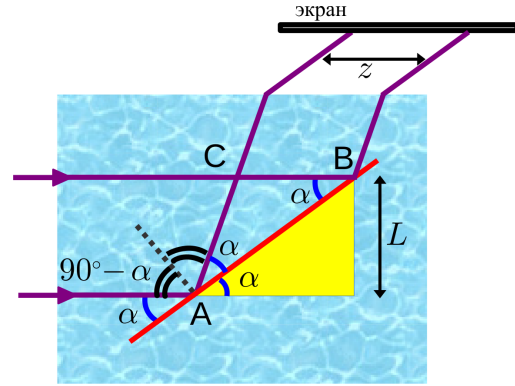


Рис. 10:

Задача 3. II вариант. Известно, что газы в отсеках имели разные температуры при одинаковых P и V . Так может быть только если количество вещества газа в отсеках разное:

$$PV = \nu_1 RT_1, \quad PV = \nu_2 RT_2 \quad \Rightarrow \quad \nu_1 = \frac{PV}{RT_1}, \quad \nu_2 = \frac{PV}{RT_2}.$$

В ходе установления термодинамического равновесия теплота перетекает из левого сосуда в правый. При этом в левом отсеке (где температура изначально выше, а количество вещества меньше) температура будет убывать. Одновременно, так как давление в отсеках будет оставаться одинаковым, поршень поплзёт влево.

В процессе перетекания теплоты и перемещения поршня **газ в правом отсеке будет совершать работу по сжатию газа в левом отсеке**. Однако ровно такую же отрицательную работу будет совершать газ в левом отсеке над газом в правом. Суммарная работа, совершённая обеими газами, будет равна нулю. Сосуд теплоизолирован, то есть энергия не поступает в него снаружи. Значит, **внутренняя энергия системы будет сохраняться**.

Докажем, что в результате этого давление в отсеках вообще не будет меняться! Вначале полная энергия газа равна

$$\frac{5\nu_1 RT_1}{2} + \frac{5\nu_2 RT_2}{2} = \frac{5PV}{2} + \frac{5PV}{2} = 5PV.$$

Предположим, в какой-то промежуточный момент давление в отсеках было равно P' , а объёмы $V_{\text{л}}$ и $V_{\text{п}}$. Конечно, $V_{\text{л}} + V_{\text{п}} = 2V$. Энергия газа в этот момент будет равна

$$\frac{5P'V_{\text{л}}}{2} + \frac{5P'V_{\text{п}}}{2} = \frac{5P'(V_{\text{л}} + V_{\text{п}})}{2} = 5P'V.$$

Приравнивая энергию начальному значению, получим $P = P'$.

Итак, **для каждого газа это изобарический процесс**, теплоёмкость двухатомных газов в таком процессе постоянна и равна $7\nu_1 R/2$ и $7\nu_2 R/2$.

В конце в системе установилась единая температура T , её легко найти, приравнивая энергию системы в этот момент к начальной энергии $5PV$:

$$\frac{5\nu_1 RT}{2} + \frac{5\nu_2 RT}{2} = \frac{5(\nu_1 + \nu_2)RT}{2} = \frac{5RT}{2} \left(\frac{PV}{RT_1} + \frac{PV}{RT_2} \right) = 5PV.$$

Здесь мы использовали значения ν_1 и ν_2 , найденные в самом начале. Отсюда

$$T = \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2}.$$

Понятно, что $T_1 < T < T_2$. Газ в левом отсеке остыл на $T_1 - T$, в изобарическом процессе это соответствует потере теплоты $C_p(T_1 - T)$:

$$\Delta Q = \frac{7\nu_1 R}{2} \left(T_1 - \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2} \right) = \frac{7\nu_1 RT_1}{2} \left(1 - \frac{2T_2}{T_1 + T_2} \right) = \frac{7PV(T_1 - T_2)}{2(T_1 + T_2)}.$$

Такую же теплоту получил газ в правом отсеке. Это ответ на вопрос задачи.

При решении важно было не спутать уменьшение энергии в левом отсеке $C_v(T_1 - T)$ и вытекшую через поршень теплоту $C_p(T_1 - T)$. Для этого необходимо учесть работу, которую правый отсек совершает над левым. Выше мы это сделали, записав теплоёмкость в изобарическом процессе. Можно было сделать это же иначе: записать, что теплота ΔQ , полученная правым отсеком, тратится на увеличение его внутренней энергии $5\nu_2 R(T - T_2)/2$ и работу, которую он совершает над левым отсеком — и которая в изобарическом процессе равна $P(V_2 - V)$. Здесь V_2 — конечный объём правого отсека,

$$\Delta Q = \frac{5\nu_2 R}{2}(T - T_2) + P(V_2 - V).$$

Величину V_2 легко найти из уравнения Клапейрона-Менделеева для правого отсека в конечный момент: $PV_2 = \nu_2 RT$, так как величины ν_2 и T мы уже нашли. Подставив V_2 , ν_2 и T , снова получим верный ответ для ΔQ .

Ответ: Слева направо через поршень протечёт теплота $7PV(T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)/2$.

Задача 4. II вариант. Можно заметить, что П-образную систему зарядов в третьем опыте можно представить как суперпозицию системы зарядов из первого и второго опыта, а именно из двух положительно заряженных Г-образных нитей (изображены красным) и отрицательно заряженной прямой нити (показана синим).

Для наглядности на рисунке вертикальные отрезки немного смещены друг относительно друга, однако, имеется ввиду, что они в точности накладываются друг на друга — так, что Г-образные отрезки удваивают плотность заряда П-перекладины, а прямая нить компенсирует это удвоение и «сокращает» ненужные вертикальные отрезки Г-образных нитей.

В результате искомая напряженность $\vec{E}_3$ является суммой трёх известных напряженностей ($\vec{E}_1$ и двух векторов $\vec{E}_2$), как показано на рисунке. Так как из симметрии очевидно, что E_2 направлена по биссектрисе прямого угла Г-образной нити, понятно, куда направлены напряженности E_2 на нашем рисунке — под углом 45° к горизонтали. Записав векторное равенство в проекции на направление вектора $\vec{E}_3$, получим ответ.

Ответ: напряжённость в третьем опыте равна $|\sqrt{2}E_2 - E_1|$.

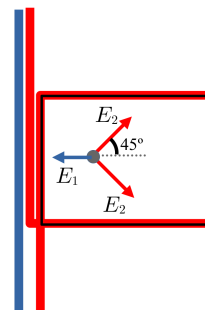


Рис. 11:

Задача 5. II вариант. Представим $\vec{B}$ в виде суперпозиции полей: поля $B_{\parallel}$, лежащего в плоскости рассматриваемой окружности, и поля $B_{\perp}$, перпендикулярного этой плоскости (см. рис. 12). Заметим, что $|B_{\perp}| = |B_{\parallel}| = B\sqrt{2}/2$.

Рассмотрим составляющие магнитного поля по отдельности. Каждой из этих составляющих будет соответствовать составляющая искомой дополнительной силы, назовём их F_1 и F_2 .

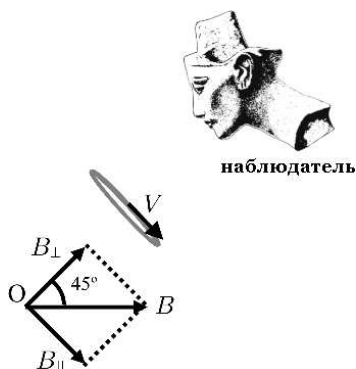


Рис. 12:

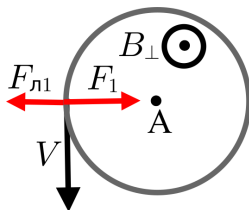


Рис. 13:

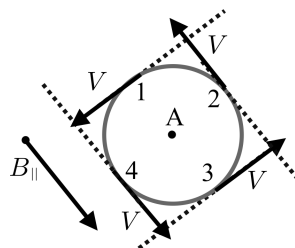


Рис. 14:

Сначала рассмотрим $B_{\perp}$, см. рис. 13. Рисунок построен в плоскости траектории, если смотреть «навстречу» $B_{\perp}$, поэтому оно направлено «из-за рисунка».

Так как V в любой момент перпендикулярна $B_{\perp}$, сила Лоренца, которую создаёт эта компонента магнитного поля направлена от центра окружности и равна $F_{\perp 1} = qB_{\perp}V = qBV\sqrt{2}/2$.

Равномерное движение по окружности возможно, только если суммарная сила, действующая на вращающееся тело, направлена к центру и равна mV^2/R . Хотя m и R не даны по условию, из того факта, что в самом первом опыте выполнялось условие движения по окружности $qBV = mV^2/R$, мы можем заключить, что $F_{\perp 1}$ в $\sqrt{2}$ раз меньше этой величины.

Значит, по направлению к центру кривизны траектории на шарик должна действовать дополнительная сила F_1 , причём в проекции на направление к центру второй закон Ньютона имеет вид

$$F_1 - F_{\perp 1} = \frac{mV^2}{R} \quad \Rightarrow \quad F_1 = \frac{mV^2}{R} + qB_{\perp}V = qBV \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Эта сила постоянна и всегда направлена к центру окружности.

Компонента $B_{\parallel}$ изображена на рисунке 14. Она также влияет на движение шарика, создавая силу Лоренца $F_{\perp 2}$, перпендикулярную плоскости рисунка 14.

Угол между $B_{\parallel}$ и скоростью шарика меняется, поэтому $F_{\perp 2}$ меняется по величине. Максимальна она в моменты, когда $V \perp B_{\parallel}$, то есть когда шарик пролетает точки 1 и 3. В эти моменты $F_{\perp 2}^{(max)} = qB_{\parallel}V = qBV\sqrt{2}/2$.

Также $F_{\perp 2}$ обращается в ноль, когда шарик пролетает точки 2 и 4 и его скорость параллельна вектору $B_{\parallel}$. Очевидно, что дополнительная сила F_2 должна полностью компенсировать $F_{\perp 2}$ в любой момент времени. Поэтому F_2 также перпендикулярна рисунку и меняется в диапазоне от нуля до $qBV\sqrt{2}/2$. Поэтому минимальная дополнительная сила совпадает с F_1 .

Для нахождения максимальной дополнительной силы нужно сложить векторно взаимоперпендикулярные F_1 и $F_2^{(max)} = qBV\sqrt{2}/2$, получим ответ:

$$F^{(max)} = \sqrt{F_1^2 + (F_2^{(max)})^2} = qBV \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2} = qBV \sqrt{2 + \sqrt{2}}.$$

Ответ: дополнительная сила меняется в диапазоне от $qBV(1 + \sqrt{2}/2)$ до $qBV\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.