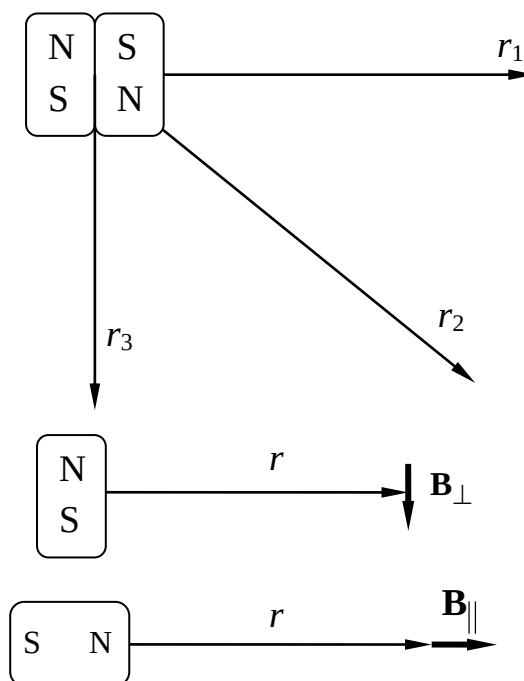


Задача 11.1. Два магнита, один магнит

1. Постройте картину силовых линий пары слипшихся боковыми сторонами цилиндрических магнитов.

2. Проведите измерения и выведите экспериментальную зависимость магнитной индукции $\mathbf{B}$ пары слипшихся боковыми сторонами цилиндрических магнитов от расстояния для ориентаций под углами 0 , 45° и 90° градусов к оси.

Оборудование: 3 постоянных магнита, магнитная стрелка (компас), линейка, скотч по требованию. Магнитное поле B_0 одного магнита на расстоянии $r_0=10$ см от него может быть измерено при помощи магнетометра у дежурного.



Решение

Индукция магнитного поля магнитного диполя на его оси и в перпендикулярном направлении описывается выражениями:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \frac{\mu_0 \mathbf{P}}{2\pi r^3}, \quad \mathbf{B}_{\perp} = -\frac{\mu_0 \mathbf{P}}{4\pi r^3}.$$

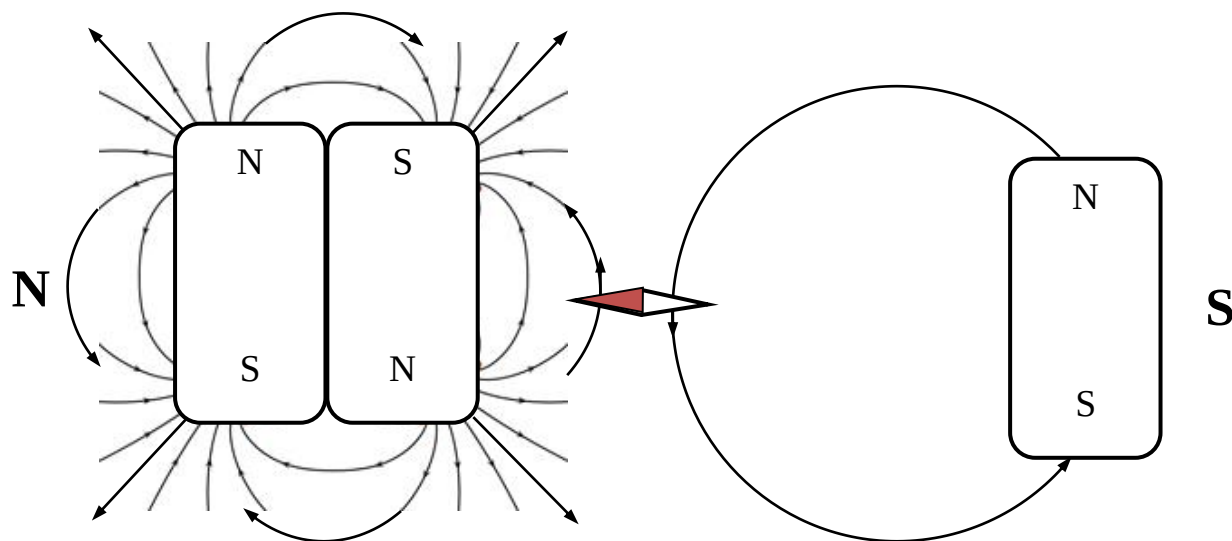
Процедура измерений:

Будем ставить квадруполь (слипшиеся магниты) и диполь (третий магнит) по разные стороны от стрелки и подбирать расстояния до них так, чтобы стрелка возвращалась в исходное положение, которое было под действием магнитного поля Земли. Выбор положения и ориентации диполя (по оси или перпендикулярно) зависит от требуемого для компенсации направления магнитного поля. Диполь и квадруполь следует приближать к

компасу плавно, с большого расстояния, иначе может начаться колебательное движение стрелки.

В равновесии поля квадруполь и диполя равны по абсолютной величине и компенсируют друг друга.

Рассмотрим для примера зависимость для угла θ относительно оси. В этом случае равновесие достигается с помощью составляющей $B_{\perp}$ поля диполя (см. картину полей).



Пусть $B_{\text{кв}} = \frac{A}{r^k}$. Тогда $\frac{A}{r_{\text{кв}}^k} = \frac{\mu\mu_0 p_m}{4\pi r_{\text{дип}}^3} = \frac{B_0 r_0^3}{r_{\text{дип}}^3}$. Тогда:

$$\ln(r_{\text{дип}}) = \frac{k}{3} \ln(r_{\text{кв}}) + \frac{1}{3} \ln\left(\frac{B_0 r_0^3}{A}\right) \quad (1)$$

Таким образом, по логарифмическому графику можно определить степень и коэффициент зависимости.

Угол	0	45°	90°
Поле диполя, используемое для расчётов	$B_{\perp}$	$B_{\parallel}$	$B_{\perp}$

Результаты измерений:

Угол	90°		45°		0°	
	$r_{\text{кв}}, \text{ см}$	$r_{\text{дип}}, \text{ см}$	$r_{\text{дип}}, \text{ см}$	$r_{\text{кв}}, \text{ см}$	$r_{\text{дип}}, \text{ см}$	$r_{\text{кв}}, \text{ см}$
	6,5	7,75	18,25	9,8	17,25	10,5
	9,5	13,25	17,25	9,3	14,25	9,5
	12,5	18	15	8,3	12,75	8,5
	10,5	16	13	7,3	10,75	7,5
	8,5	11,75	11,25	6,3	8,5	6,5
	7,5	9,75	9	5,3	6,25	5,5
	5,5	6,25	7,5	4,3		
	4,5	4,75				
	11,5	14,25				

Значение поля диполя, полученное при помощи магнетометра (расстояние 10 см) : $B_{\perp} = 5,3$ мкТл, $B_{\parallel} = 10,7$ мкТл. С их помощью можно вычислить коэффициент А в единицах СИ, используя формулу для поля диполя.

Построенные по этим данным логарифмические графики хорошо аппроксимируются прямыми, которые имеют следующие параметры:

Угол	0°	45°	90°
Угловой коэффициент	1,5	1,1	1,3
Сдвиг	-0,72	0,40	-0,35

Угол	0°	45°	90°
k	4,5	3,3	3,9
A	$8,7B_0r_0^3$	$0,6B_0r_0^3$	$2,9B_0r_0^3$

Выводы:

В измерениях получены значения степени k : 3,9, 4,6 и 3,3. Если предполагать одинаковую степень зависимости для всех направлений,

наиболее вероятной из эксперимента выглядит 4я степень. Для справки: теоретическая степень зависимости поля от расстояния $k = 4$.

Критерии оценивания 11.1

1. Описана методика измерений.	1
2. Построена картина силовых линий поля квадруполья	1
3. Проведены измерения $r_{\text{дип}}$ от $r_{\text{кв}}$ для трех углов	3
4. Записана формула (1) или ей аналогичная	1
5. Построена зависимость $\ln r_{\text{дип}}$ от $\ln r_{\text{кв}}$ для трех углов	3
6. Определен показатель степени k для трех углов	3
7. Определен коэффициент A для трех углов	3

Задача 11.2.

4. Выведите выражение для $\Phi(n)$ в зависимости расстояния от оси пробирки до действительного изображения b от расстояния от оси пробирки до источника света a для пробирки, полностью заполненной жидкостью. Влияние стенок пробирки не учитывайте.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \Phi(n).$$

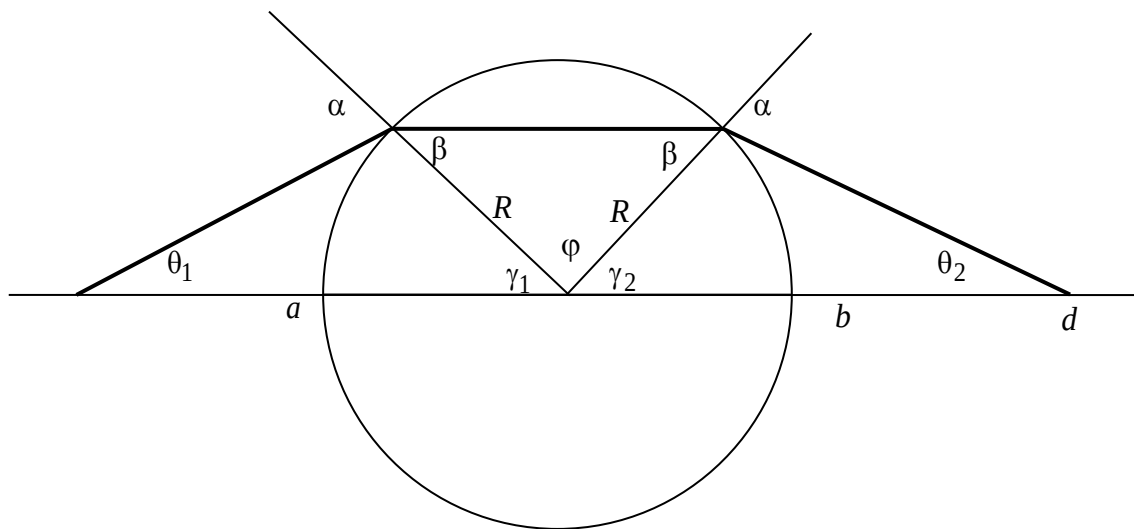
5. Начертите на листе прямую линию. Наполните пробирку доверху исследуемой жидкостью и герметично закупорьте. Положите пробирку на бок на линию. Если теперь ось пробирки повернуть относительно линии на угол α , видимое изображение линии повернется относительно линии.
6. На основе проведенных замеров поворота линии определите показатель преломления жидкости.

Оборудование: Пробирка с пробкой, жидкость, линейка, транспортир.

Жидкость не пить и не пробовать на язык!!!

Решение

1. Вывод зависимости.



В параксиальном приближении углы малы.

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta}, \quad \alpha = \gamma_1 + \theta_1 = \gamma_2 + \theta_2, \quad \theta_1 = \alpha - \gamma_1, \quad \theta_2 = \alpha - \gamma_2$$

По теореме синусов:

$$\frac{R}{\sin \theta_1} = \frac{R}{\sin(\alpha - \gamma_1)} = \frac{a}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{a}{\sin \alpha},$$

$$\frac{R}{\sin \theta_2} = \frac{R}{\sin(\alpha - \gamma_2)} = \frac{b}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{b}{\sin \alpha}.$$

Учитываем малость углов:

$$R\alpha = a(\alpha - \gamma_1), \quad R\alpha = b(\alpha - \gamma_2)$$

$$\alpha\left(\frac{a - R}{a}\right) = \gamma_1, \quad \alpha\left(\frac{b - R}{b}\right) = \gamma_2,$$

$$\beta + \beta + \varphi = \pi, \quad \gamma_1 + \gamma_2 + \varphi = \pi \quad \Rightarrow \quad \gamma_1 + \gamma_2 = 2\beta = 2\frac{\alpha}{n}.$$

$$\alpha\left(\frac{a - R}{a}\right) + \alpha\left(\frac{b - R}{b}\right) = \gamma_1 + \gamma_2 = 2\frac{\alpha}{n}$$

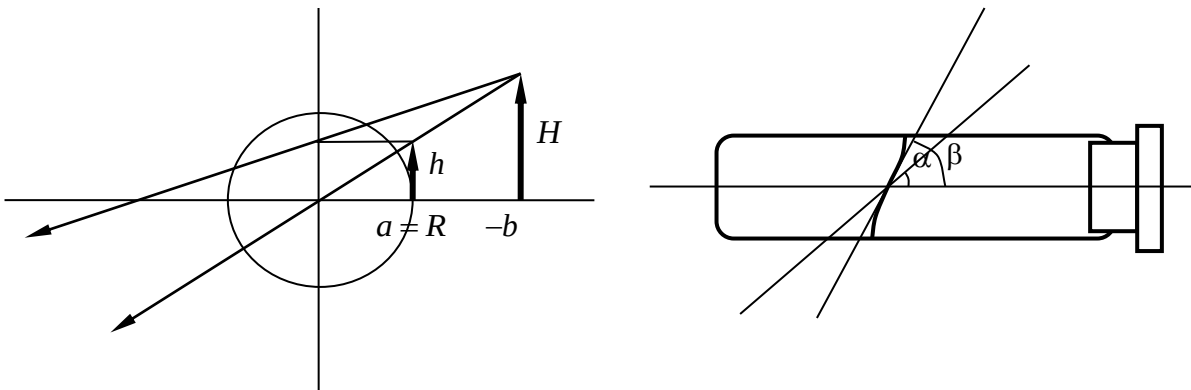
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2\frac{n-1}{Rn}. \quad (1)$$

2. Если предмет расположен на расстоянии $a = R$ от центра пробирки,

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = 2\frac{n-1}{Rn} \Rightarrow \frac{1}{b} = 2\frac{n-1}{Rn} - \frac{1}{R} = \frac{1}{R}\left(\frac{n-2}{n}\right) \Rightarrow b = R\frac{n}{n-2}$$

Увеличение пробирки в поперечном направлении:

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|b|}{a} = \frac{n}{2-n}. \quad (2)$$



В продольном направлении видимые размеры совпадают с исходными.
Поэтому визуальный поворот линии будет:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H}{l} = \frac{\Gamma h}{l} = \Gamma \operatorname{tg} \alpha = \frac{n}{2-n} \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Отсюда получаем

$$n = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}. \quad (4)$$

	1	2	3
$\alpha, ^\circ$	30	45	60
$\beta, ^\circ$	50	64	74
n	1.347	1.344	1.336

Полученное значение показателя преломления для воды $\bar{n} = 1.343$ чуть завышено по сравнению с $n = 1.333$ в связи с пренебрежением влияния стенок пробирки на преломление.

Критерии оценивания 11.2

1. Выведено (1)	3	
2. Выведено (2)	2	
3. Выведено (3)	2	
4. Выведено (4)	2	
5. Проведены измерения для одного угла α	0,5	
2 углов	1	
3 углов	1,5	
более 3 углов, таблица	2	
6. Определены n	2	
7. Найдено среднее	1	
8. Оценена погрешность	1	