

Задача 8.1. Воздушная пружина.

Список оборудования: шприц с пружиной внутри, электронные весы, деревянная рейка, лист бумаги формата А4, 5 спичек, деревянный брусок, герметично закрытый шприц внутри которого находится воздух объемом 20 мл при атмосферном давлении.

Задание:

1. С помощью выданного оборудования, определите коэффициент жесткости пружины.
2. Со времен Бойля и Мариотте известно, что в герметично закрытом шприце произведение давления воздуха на его объем есть величина постоянная, которая зависит от массы воздуха и его температуры. Определите атмосферное давление внутри шприца.
3. Оцените, до какого объема сожмется наш герметично закрытый шприц, если внутри него окажется пружина из первого шприца, под действием силы в 10 Н, в 40 Н? В этом пункте трением поршня о стенки шприца и объемом пружины можно пренебречь.

Для всех пунктов задания шприцы разбирать запрещено, ваша линейка в оборудование не входит.

Возможное решение:

1. Чтобы измерить удлинение пружины в системе СИ, определим расстояние между соседними рисками шприца (размер деления шприца) в миллиметрах. Для этого отмеряем на спичке, или бумаге расстояние равное внутреннему диаметру шприца d . Откладываем на листочке А4 расстояние соответствующее $11d$. Это же расстояние равно 61 размерам деления шприца. Отсюда получаем, что один диаметр шприца $d = 61/11 = 5,55$ размерам деления шприца. Внутренний объем шприца, соответствующий 20 мл можно посчитать по формуле $V = h \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$, где $h = 20$ размерам деления шприца. Получаем, что 20 мл = 483,6 (размер деления шприца)³, откуда один размер деления шприца равен 3,46 мм.

Если напрямую пытаться измерить силу упругости с помощью весов, то весы зашкаливают. Для измерения силы упругости соберём установку изображенную на рисунке:



Спички тут нужны для более точного определения плеч рычага. Оттарируем весы и начнем давить на шприц, сжимая пружину.

Снимем показания весов m и измерим удлинение пружины по шкале шприца $x = 7$ размерам деления шприца = 24,2 мм.

По правилу рычага относительно оси, проходящей через левую спичку: $\frac{F}{P} = \frac{L}{S}$, где

F - сила упругости, возникающая в пружине,

P – вес, с которым направляющая давит на весы,

L - расстояние между спичкой на бруске и спичкой на весах,

S – расстояние между спичкой под шприцом и спичкой на весах.

Переведём показания весов в вес конструкции, действующий на весы: $P = mg$. Заметим, что при движении шприца вниз и движении шприца вверх, показания весов будут различны при одном и том же удлинении. Это связано с тем, что сила трения, действующая на поршень со стороны стенок шприца будет иметь противоположные направления при различном движении шприца. Чтобы исключить влияние силы трения, посчитаем среднее арифметическое максимальных и минимальных показаний весов при фиксированном удлинении пружины. $P_{\min} = 3 \text{ Н}$, $P_{\max} = 3,2 \text{ Н}$, $P_{\text{ср}} = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} = 3,1 \text{ Н}$.

С помощью шприца измерим соответствующие плечи: $L = 140$ размер деления шприца, $S = 20$ размер деления шприца (специально подобраны целыми). Подставляя значения в правило рычага, получаем $F = 21,7 \text{ Н}$.

Из закона Гука вычисляем коэффициент жесткости пружины $k = \frac{F}{x}$

Итого получаем $k = 900 \text{ Н/м}$

2. Определим атмосферное давление внутри герметичного шприца. По условию задачи $pV = p_{\text{атм}}V_0 = \text{const}$.

Подставляя в эту формулу выражение для давления $p - p_{\text{атм}} = \frac{F}{S}$, получаем:

$$\frac{FV}{S(V_0 - V)} = p_{\text{атм}}$$

Аналогично первому пункту, определяем силу F, с которой газ действует на поршень шприца (вместо пружины теперь воздух внутри шприца) и измеряем объем воздуха внутри шприца. $F = 29 \text{ Н}$ при $V = 10 \text{ мл}$.

$S = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 290 \text{ мм}^2$ – площадь поперечного сечения поршня шприца

Подставляя значения в выражение для атмосферного давления, получаем $p_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$

3. Рассчитаем, на сколько сожмется шприц без пружины под действием этих сил. Давление внутри шприца будет отличаться от атмосферного на величину $\Delta p = \frac{F}{S}$

Из условия задачи $V = \frac{p_{\text{атм}}V_0}{(p_{\text{атм}} + \Delta p)}$

В первом случае $\Delta p = 34,5 \text{ кПа}$, $V = 14,9 \text{ мл}$

Во втором случае $\Delta p = 138 \text{ кПа}$, $V = 8,4 \text{ мл}$

В недеформированном состоянии пружина занимает часть шприца объемом $V_1 = 12 \text{ мл}$. В первом случае пружина не начнет сжиматься и ее можно не учитывать, а во втором случае пружина будет сжиматься и это надо учесть. С учетом силы упругости, для покоящегося поршня можем записать равенство сил: $F = F_{\text{упр}} + S\Delta p$

$$F_{\text{упр}} = \frac{k(V_1 - V)}{S}$$

$$\Delta p = p_{\text{атм}} \frac{(V_0 - V)}{V}$$

Решая полученную систему уравнений и выбирая положительный корень, получаем $V = 9,5 \text{ мл}$

Итого шприц сожмется до объема $V = 14,9 \text{ мл}$ при силе $F = 10 \text{ Н}$, и $V = 9,5 \text{ мл}$ при силе $F = 40 \text{ Н}$

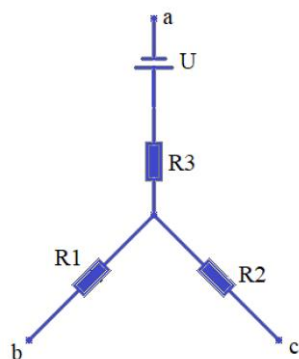
Задача 8.2. Серый ящик.

Список оборудования: серый ящик, два мультиметра.

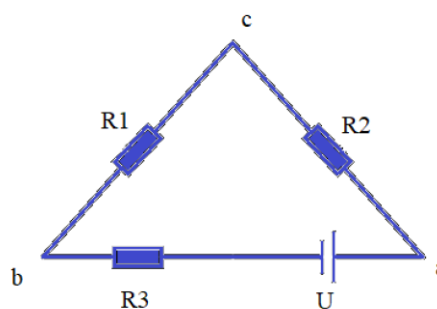
Задание:

Внутри выданного вам серого ящика находится два резистора и идеальный источник напряжения, соединенный последовательно с третьим резистором. Эти элементы соединены друг с другом по одной из схем, представленных на рисунке. При этом полярность включения источника может быть любой, не обязательно такой, как на рисунке.

1. Определите, какая из схем использована в вашем сером ящике.
2. Определите соответствие выходов серого ящика (подписаны цифрами на коробочке) выходам а, b, с на рисунке, если известно, что R2 больше, чем R1.
3. Найдите сопротивления всех резисторов и напряжение источника.



Возможная схема «Звезда»



Возможная схема «Треугольник»

Возможное решение:

Запишем показания мультиметра при всех возможных подключениях:

выходы	$U_v, \text{мВ}$	$I_a, \text{мкА}$	R
1-2	192	0,2	зашкаливает
2-3	236	0,2	зашкаливает
3-1	0	0	зашкаливает

Так как U_{31} мало, то либо это схема «Звезда» и вольтметр в третьем случае подключали к выходам bc, либо схема «Треугольник», где или R1, или R2 очень малы по сравнению с остальными сопротивлениями. Во втором случае напряжения на оставшихся выходах должны быть одинаковы, что не наблюдается экспериментально, поэтому наше соединение – «Звезда»

Показания амперметра порядка его погрешности, поэтому не будем их использовать. С помощью второго мультиметра определим сопротивление вольтметров $R_v = 988 \text{ кОм}$ и будем их использовать, как амперметр.

Предположим, что подключение 1-2 это подключение к ab, а подключение 2-3 это подключение к ac

Для подключения ab:

$$\frac{U_{v12}}{R_v} = \frac{U}{R_1 + R_3 + R_v}$$

Для подключения ac:

$$\frac{U_{v23}}{R_v} = \frac{U}{R_2 + R_3 + R_v}$$

К выходам 3-1 подключаем вольтметр и измеряем сопротивление полученного соединения $R^* = 764 \text{ кОм}$

$$R^* = \frac{Rv \cdot (R1 + R2)}{Rv + R1 + R2}$$

Откуда получаем, что $R1 + R2 = 3370 \text{ кОм}$

Для получения еще одного уравнения, соединяем два вольтметра последовательно и подключаем полученное соединение к выходам 1-2 вольтметры показывают $U_{23}^* = 201 \text{ мВ}$

$$\frac{U_{v23}}{Rv} = \frac{U}{R2 + R3 + 2Rv}$$

Решая полученную систему линейных уравнений, получаем $R1 = 2335 \text{ кОм}$, $R2 = 1035 \text{ кОм}$, $R3 = 3651 \text{ кОм}$, $U = 1,36 \text{ В}$

$R2$ меньше $R1$, что противоречит условию, это означает, что наше предположение о выходах было не верно.

На самом деле, $a - 2$, $b - 3$, $c - 1$, а $R2 = 2335 \text{ кОм}$, $R1 = 1035 \text{ кОм}$.