

Городская открытая олимпиада школьников по физике 2025/26 г.

Заключительный этап, теоретический тур, 8 класс

Возможные решения задач

Задача 1. Пиратский конструктор.

Заметим, что модель куба состоит из 8 шариков и 12 стержней. Модель октаэдра состоит из 6 шариков и 12 стержней. Тогда разница масс куба и октаэдра связана с разным количеством шариков. Откуда получаем, что 2 шарика имеют массу 17 г, значит 1 шарик имеет массу 8,5 г. 8 шариков в кубе имеют массу 68 г, значит 12 стержней имеют массу 54 г, а один стержень имеет массу $54/12 = 4,5$ г.

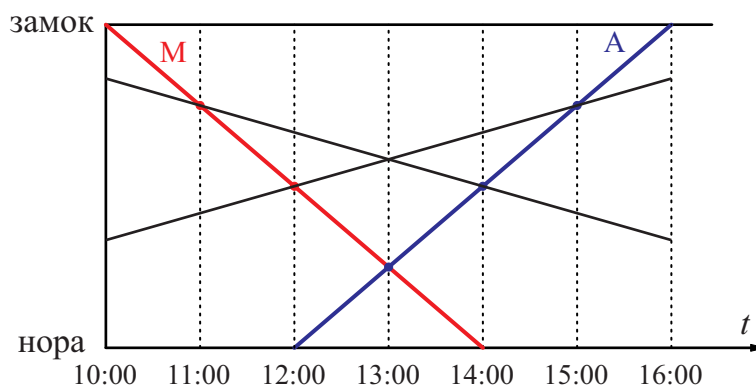
Икосаэдр состоит из 12 шариков и 30 стержней, следовательно, масса икосаэдра равна 237 г.

В пиратской копии конструктора диаметр шариков в 2 раза меньше, значит масса шарика в 8 раз меньше, чем в оригинальном конструкторе. Для стержней уменьшается диаметр, но длина остаётся такой же. Поэтому масса стержней в пиратском конструкторе будет в 4 раза меньше. Тогда масса икосаэдра из пиратского конструктора будет равна 46,5 г.

Ответ: масса икосаэдра 237 г, масса икосаэдра из пиратского конструктора 46,5 г.

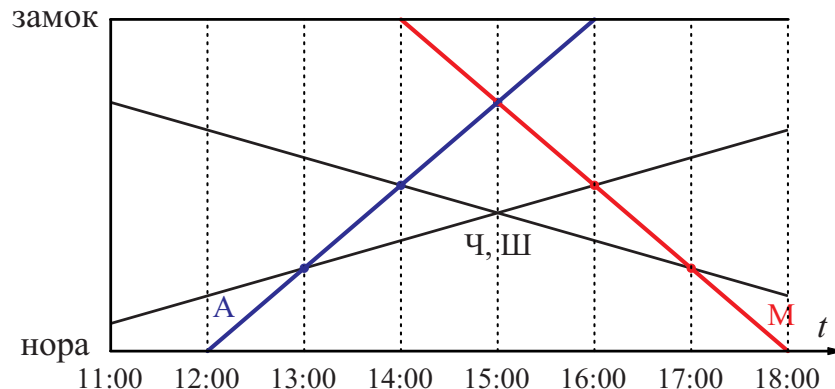
Задача 2. Прогулка в Стране чудес.

Алиса и Мартовский заяц шли с одинаковой скоростью, но при этом встретились во время прогулки. Это возможно только если Мартовский заяц шёл навстречу Алисе. Известно, что все встречи происходили в целое число часов. Значит встреча Алисы и Мартовского зайца могла произойти в 13, 14 или 15 часов. Рассмотрим эти варианты. На рисунке ниже показаны графики движения персонажей, если встреча Алисы и Мартовского зайца произошла в 13 часов. По горизонтальной оси отложено время, по вертикальной — положение персонажей. Начало оси — Кроличья нора, конец оси — замок Красной королевы. График А соответствует движению Алисы, М — график Мартовского зайца.

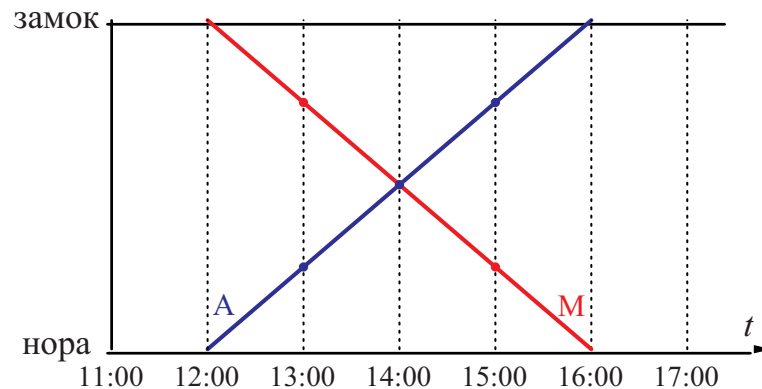


Жирными точками на графиках показаны возможные моменты встречи с другими персонажами. Из графика очевидно, что тот, кто встретил Мартовского зайца в 12:00, должен встретить Алису в 15:00. Напомним, что тройные встречи по условию задачи запрещены. Если бы встреча с Алисой произошла в 14:00, то она бы произошла в том же месте, что и встреча с Мартовским зайцем. Также тот, кто встретил Мартовского зайца в 11:00 должен встретить Алису в 14:00. Получаем, что Шляпник и Чеширский кот за 3 часа прошли расстояние, которое Алиса прошла за 1 час. Значит их скорости движения в 3 раза меньше, чем у Алисы. В этом случае Шляпник потратил на дорогу 12 часов, а встреча Шляпника и Чеширского кота произошла в 13:00.

Аналогично разбираем случай, когда встреча Алисы и Мартовского зайца произошла в 15:00. Ниже на рисунке показан график движения. В этом случае Шляпник также потратил на дорогу 12 часов и встретил Чеширского кота в 15:00.



Если встреча Алисы и Мартовского зайца произошла в 14:00, то встреча Шляпника с Алисой и Мартовским зайцем могла произойти только в 13:00 и 15:00. Но в таком случае он либо встречает Алису и Мартовского зайца в одной точке, то есть стоит на месте, либо встречает Алису и Мартовского зайца одновременно в разных точках, что также невозможно. Получаем, что встреча Алисы и Мартовского зайца в 14:00 противоречит условиям задачи.



Ответ: Шляпник потратил на дорогу 12 часов, встреча Шляпника и Чеширского кота могла произойти в 13 или 15 часов.

Задача 3. В воде не тонет.

На статуэтку действует сила тяжести, сила давления со стороны воды и сила реакции опоры со стороны стенки. В условии сказано, что плитка и основание статуетки гладкие, это значит, что их можно плотно прижать друг к другу так, чтобы между ними не осталось воды. В таком случае вода не будет оказывать давление на основание статуетки, но давление воды на остальные части статуетки остаётся. Вычислим силу давления воды на статуётку. Если бы статуётка была со всех сторон окружена водой, можно было бы применить стандартную формулу для силы Архимеда

$$F = \rho g V = \frac{\rho g m}{\rho_1}$$

Когда вода не подтекает под основание, на основание не действует сила давления воды, равная

$$(p_0 + \rho g h) S$$

Сила Архимеда на статуётку была бы направлена вверх, а сила давления на основание — вниз. Тогда сила давления воды на статуётку за исключением основания равна

$$\frac{\rho g m}{\rho_1} + (p_0 + \rho g h) S$$

Для того, чтобы статуётка могла “прилипнуть” к плитке бассейна необходимо, чтобы сила давления воды была не меньше, чем сила тяжести. отсюда получаем условие на массу статуетки

$$m g \leq \frac{\rho g m}{\rho_1} + (p_0 + \rho g h) S$$

Переносим все слагаемые, содержащие массу, в левую часть неравенства и сокращаем на g

$$m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1} \right) \leq \left(\frac{p_0}{g} + \rho h \right) S$$

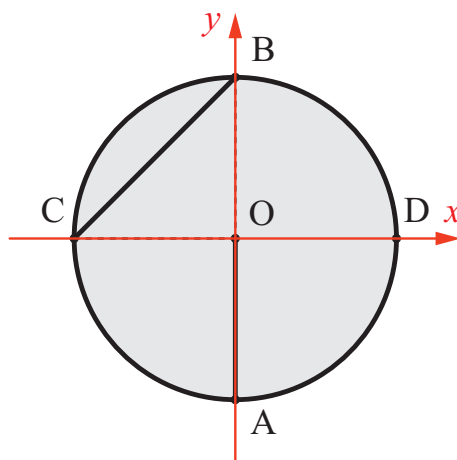
Откуда выражаем максимальную массу статуетки

$$m \leq \left(\frac{p_0}{g} + \rho h \right) S \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho} \approx 137 \text{ кг}$$

Ответ: Масса статуетки не более 137 кг.

Задача 4. Хрупкое равновесие

Для равновесия нужно чтобы центр масс системы диск + акробаты находился в центре диска, в точке О. Для удобства введем систему координат с центром в точке О, как показано на рисунке.



На первом этапе координаты первого брата зависят от времени по закону: $x_1 = 0, y_1 = -R + vt$. Первый брат проходит расстояние R до центра диска. За это время второй брат вдоль оси y также проходит расстояние R и оказывается в точке С. Значит скорость второго брата вдоль оси y (проекция скорости на ось) равна v . Скорость второго брата вдоль оси x также равна v так как он идет под углом 45° к осям. Тогда координаты второго брата зависят от времени по закону $x_2 = -vt, y_2 = R - vt$.

Запишем условие равновесия диска относительно вращений вокруг оси x . Координата x не влияет на момент силы тяжести акробата относительно этой оси. Обозначим массу каждого брата m . Момент силы тяжести первого акробата mgy_1 , а момент силы тяжести второго акробата mgy_2 . Заметим, что сумма моментов сил $mgy_1 + mgy_2 = 0$, значит относительно оси x акробаты друг друга уравнивают и третий брат должен иметь координату $y_3 = 0$.

Аналогично рассмотрим равновесие диска относительно оси y . Момент силы тяжести первого брата равен 0, момент силы тяжести второго брата mgx_2 . Тогда для равновесия момент силы тяжести третьего брата должен быть равен $-mgx_2$. Значит координата третьего брата $x_3 = -x_2 = vt, y_3 = 0$. Таким образом, на первом этапе третий брат идет из точки О в точку D со скоростью v .

На втором этапе первый брат остаётся стоять в точке О. Тогда сила тяжести первого брата не создаёт момента сил. Значит третий брат должен уравнивать второго, для этого третий брат должен идти симметрично второму относительно центра диска. То есть второй брат идет по отрезку DA. Скорость третьего брата будет равна скорости второго и равна $\sqrt{2}v$.

Ответ: Сначала третий брат идет по отрезку OD со скоростью v , затем по отрезку DA со скоростью $\sqrt{2}v$.

Задача 5. «Гидростатический парадокс»

В начальный момент суммарный объём жидкости в двух сосудах равен целому объёму конуса $V_0 = Sh/3$. Масса этой жидкости равна $m = \rho_0 V_0 = \rho_0 Sh/3$ и не будет изменяться при нагревании жидкости. Если температура жидкости увеличится на Δt , плотность станет равна $\rho = \rho_0 \frac{1}{1+\alpha\Delta t}$. Тогда объём жидкости станет равен

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{m}{\rho_0} (1 + \alpha\Delta t) = V_0 (1 + \alpha\Delta t)$$

Из последнего выражения видим, что объём жидкости увеличится на $\Delta V = \alpha V_0 \Delta t$ и этот дополнительный объём должен распределиться по свободной поверхности жидкости. Считаем, что изменение объёма много меньше V_0 , поэтому площадь свободной поверхности жидкости практически не поменяется. Суммарная площадь поверхности жидкости в двух сосудах равна $2S/4 = S/2$, значит изменение уровня жидкости в сосудах будет равно

$$\Delta h = \frac{\alpha V_0 \Delta t}{S/2} = \frac{2\alpha Sh \Delta t}{3S} = \frac{2\alpha h \Delta t}{3}$$

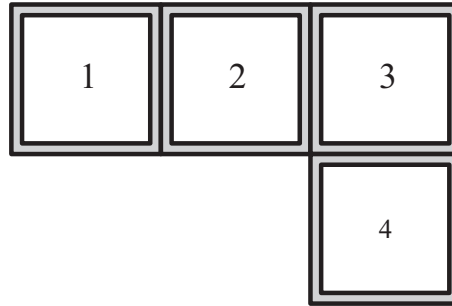
В начальный момент жидкость в правом сосуде имеет форму конуса, у которого все размеры в 2 раза меньше размеров сосуда. Значит объём жидкости в правом сосуде равен $1/8 V_0$, а объём жидкости в левом сосуде $7/8 V_0$. Значит изменение объёма жидкости в правом сосуде в результате нагревания будет равно $\Delta V/8$. Суммарно объём ΔV после нагревания жидкости распределяется по двум сосудам поровну потому что свободная поверхность жидкости в двух сосудах одинаковая. Значит изменение объёма в правом сосуде будет равно $\Delta V/2$. Из этого объёма $\Delta V/8$ — тепловое расширение жидкости в правом сосуде, значит объём жидкости, перетекшей по трубке, равен

$$\frac{3\Delta V}{8} = \frac{\alpha Sh \Delta t}{8}$$

Ответ: Уровень жидкости поднимется на $\Delta h = 2\alpha h \Delta t/3$, по трубке перетекает объём $\alpha Sh \Delta t/8$.

Задача 6. Подводный дом

Для удобства пронумеруем домики, как показано на рисунке.



Одиночный домик в океане теряет тепло через все 6 стен. Обозначим коэффициент теплопередачи стены α , а мощность нагревателя P , тогда уравнение теплового баланса для одиночного домика можно записать в виде:

$$P = 6\alpha(t - t_0)$$

Теперь рассмотрим температуры в модульном доме. Обозначим установившиеся температуры секций t_1 , t_2 , t_3 и t_4 для секций 1, 2, 3 и 4 соответственно. Также учтем теплопередачу между секциями, но из-за двойной толщины стен коэффициент теплопередачи будет в 2 раза меньше. тогда для 1й секции

$$P = 5\alpha(t_1 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_1 - t_2)$$

для 2й секции

$$P = 4\alpha(t_2 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1) + \frac{\alpha}{2}(t_2 - t_3)$$

для 3й секции

$$P = 4\alpha(t_3 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_3 - t_2) + \frac{\alpha}{2}(t_3 - t_4)$$

и для 4й секции

$$P = 5\alpha(t_4 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_4 - t_3)$$

Эти уравнения можно решить явно, но можно существенно упростить уравнения, если заметить, что в системе есть симметрия. Назовём секции 1 и 4 крайними, а 2 и 3 – средними. Каждая крайняя секция граничит с одной средней секцией. Каждая средняя секция граничит с одной крайней и одной средней секцией. Из этой симметрии следует, что в двух крайних секциях температура будет одинаковой и в двух средних секциях температура также будет одинаковой.

Тогда система уравнений баланса тепла упростится. Для крайней секции

$$P = 6\alpha(t - t_0) = 5\alpha(t_1 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_1 - t_2)$$

для средней секции

$$P = 6\alpha(t - t_0) = 4\alpha(t_2 - t_0) + \frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$$

Решаем систему, сокращаем на α и выражаем t_2 из второго уравнения

$$12(t - t_0) + 8t_0 + t_1 = 9t_2$$

И подставляем в первое уравнение

$$12(t - t_0) = 10(t_1 - t_0) + t_1 - \frac{12(t - t_0) + 8t_0 + t_1}{9}$$

$$108(t - t_0) = 90(t_1 - t_0) + 9t_1 - (12(t - t_0) + 8t_0 + t_1) \\ 120t - 22t_0 = 98t_1$$

Откуда выражаем

$$t_1 = \frac{120t - 22t_0}{98} \approx 21^\circ C \\ t_2 = \frac{12t - 4t_0 + t_1}{9} \approx 23,2^\circ C$$

Ответ: в 1й и 4й секциях установится температура $t_1 \approx +21^\circ C$, во 2й и 3й секциях установится температура $t_2 \approx +23,2^\circ C$.

Задача 7. Растворимость соли.

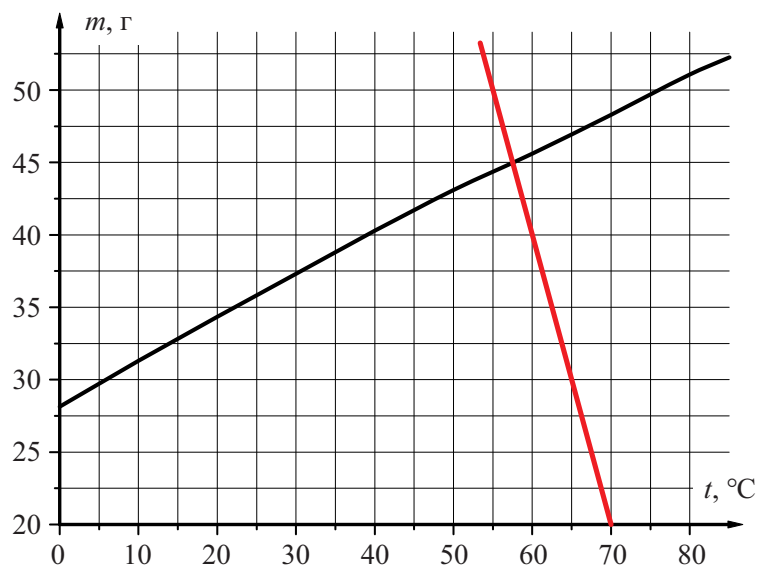
Запишем уравнение теплового баланса для рассматриваемой системы. При растворении хлорида калия поглощается теплота, значит уменьшается температура в сосуде.

$$m_1 c_1 (t_1 - t) + m_2 c_2 (t_1 - t) = qm$$

Из этого уравнения получаем условие на равновесную температуру в системе

$$t = t_1 - \frac{qm}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

Этому условию соответствует прямая на графике зависимости m от t . По пересечению этой прямой с графиком определяем, что установившаяся температура будет равна $57^\circ C$, а растворится $m = 45$ г соли. Значит на дне в виде осадка останется 55 г KCl.

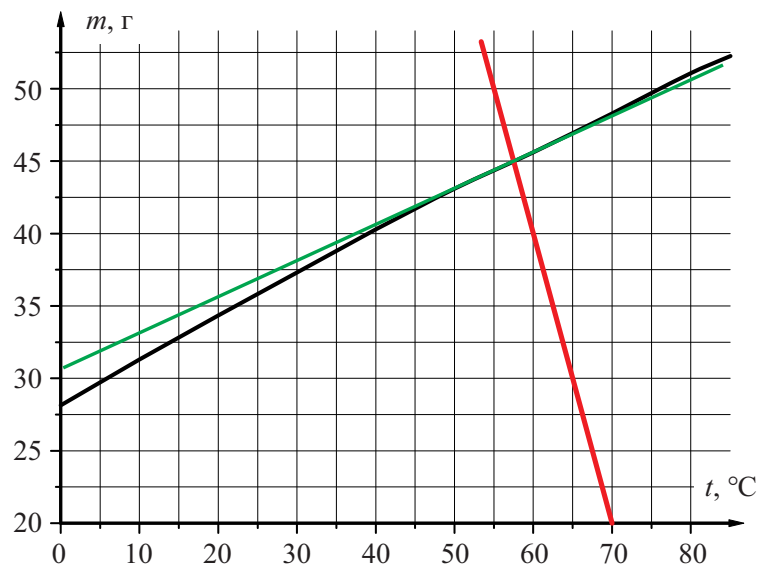


Если нагревать сосуд, то во-первых будет расти температура воды и KCl, во-вторых будет увеличиваться количество растворённой в воде соли. Тогда уравнение баланса тепла можно записать в виде:

$$Q = (m_1 c_1 + m_2 c_2) \Delta t + q \Delta m$$

проведем на графике касательную в точке равновесия и определим, что масса растворённой соли увеличивается на 0,25 г при повышении температуры на 1°C. Тогда теплоёмкость системы будет равна

$$c = \frac{Q}{\Delta t} = m_1 c_1 + m_2 c_2 + q \frac{\Delta m}{\Delta t} \approx 551 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$$



Ответ: установится температура 57°C, масса не растворившегося осадка 55 г, теплоёмкость системы 551 Дж/°C.