

XXXI Международный экономический фестиваль школьников «Сибиряда. Шаг в мечту». Олимпиада по экономике для учащихся 11-х классов 28.02.2023
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Максимальная сумма баллов – 100.

Задача 1. Красная Шапочка и Серый Волк (20 баллов)

Красная Шапочка является монополистом на рынке пирожков в Новосибирске, ежедневный спрос на пирожки в котором задан функцией $q_N = 1000 - p_N$. Красная Шапочка имеет возможность выйти на рынок города Бердска, ежедневный спрос на пирожки в котором задан функцией $q_B = 700 - p_B$, там она тоже станет монополистом (q_N , q_B – величина спроса на пирожки в Новосибирске и Бердске соответственно, в тыс. шт., p_N , p_B – цена одного пирожка в Новосибирске и Бердске соответственно, в руб.)

Производство пирожков находится в Новосибирске, средние издержки производства пирожка постоянны и составляют C рублей. Путь из Новосибирска в Бердск лежит через темный лес, в котором обитает Серый Волк. Без ведома Серого Волка нельзя доставить пирожки в Бердск, и за доставку каждой партии пирожков он взимает налог: либо t рублей за каждый пирожок (потоварный налог), либо $100 \cdot x\%$ всех пирожков (натуральный налог).

Красная Шапочка должна выбрать один из налогов и заплатить его за всю перевозимую партию пирожков. Величины t и x заданы Серым Волком и не меняются; других издержек, связанных с доставкой пирожков, нет.

Красная Шапочка максимизирует прибыль, при этом устанавливает (возможно, разные) цены на пирожки в Новосибирске и Бердске.

(а) Предположим, $C = 200$, $t = 150$, $x = 0,5$. Найдите цены в Новосибирске и Бердске, которые установит Красная Шапочка.

(б) Может ли быть такое, что пирожки в Бердске продаются дороже, чем в Новосибирске? Если да, приведите значения параметров C , t , x , при которых это так. Если нет, докажите, что таких значений не существует.

(в) Предположим, величины t и x зафиксированы на некотором уровне, а $C = C_1$. Может ли быть такое, что при этом Красная Шапочка при встрече с Серым волком выбирает потоварный налог, а при тех же t и x , но другом $C = C_2 > C_1$ — натуральный? Если да, приведите пример значений C_1 , C_2 , t и x . Если нет — докажите, что такое невозможно. Объясните интуитивно, как и почему выбор между налогами зависит от C .

Задача 2. КПВ и санкции (20 баллов)

В некоторой стране Альфа производятся два продукта X и Y (в тыс. тонн). Кривая производственных возможностей задается уравнением $Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$. Продукты X и Y потребляются жителями страны Альфа в пропорции 5 к 3.

(а) Страна Альфа участвует в мировой торговле. Для торговли используется мировая валюта – тугрики. На мировом рынке сложились следующие цены: $P_X = 42$ тугрика за 1 тыс. тонн товара X и $P_Y = 70$ тугриков за 1 тыс. тонн товара Y . Определите, сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять.

(б) Все страны, участвующие в мировой торговле, договорились об установлении потолка цены на экспортируемый страной Альфа товар в размере 10 тугриков за 1 тыс. тонн: то есть у страны Альфа этот товар будут закупать по установленной цене, но, если страна Альфа будет этот товар импортировать, то ей будут его продавать по мировой рыночной цене. Сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять в данной ситуации?

(в) Страна Бета, нарушая договоренности, готова приобретать для внутреннего потребления любое количество, экспортируемого страной Альфа товара по цене 30 тугриков за 1 тыс. тонн (на мировом рынке так много продавцов и покупателей, что это решение страны Бета не меняет рыночные цены). Как это решение страны Бета повлияло на объемы производства, вывоза, ввоза и потребления товаров в стране Альфа?

(г) Опасаясь санкций за нарушение договоренности, страна Бета решила закупать у страны Альфа не более 17,5 тыс. тонн товара. Сколько и какого товара теперь страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять?

Задача 3. Налоговое бремя, неравенство и ВВП (20 баллов)

Население королевства Вудленд по уровню дохода делится на две группы – бедные и богатые, причем доходы всех богатых жителей Вудленда одинаковые, и каждый богатый богаче бедного в 16 раз. Все жители платят налоги в казну, шкала налогообложения пропорциональная, а коэффициент Джини, отражающий степень неравенства жителей королевства по величине располагаемого дохода, равен 0,6.

Министр экономики Вудленда решил, что для экономики полезнее снизить степень неравенства, и налоговая шкала была изменена следующим образом: бедные стали платить 10% своего дохода, а богатые – 35%.

(а) Каким образом могут быть связаны уровень неравенства и темпы экономического развития (рост ВВП): приведите два аргумента в пользу того, что снижение неравенства может способствовать развитию экономики и два аргумента против (больше количество аргументов оцениваться не будет).

(б) Определите, как изменится ВВП Вудленда в результате изменения шкалы налогообложения, если:

- соотношение доходов бедного и богатого жителя королевства осталось прежним, также, как и соотношение числа бедных и богатых жителей Вудленда,
- совокупные потребительские расходы всех жителей королевства (и бедных и богатых) описываются функцией $C = 0,8Y_d$, где Y_d – располагаемый доход,
- налоговые доходы бюджета описываются функцией $T = tY$, где t – доля ВВП Вудленда, изымаемая в казну в форме налога, Y – ВВП,
- до изменения шкалы налогообложения в казну изымалась четверть ВВП,
- доходы казны формируются только за счет подоходных налогов, а расходы осуществляются таким образом, чтобы бюджет Вудленда сводился с нулевым сальдо,
- инвестиционные расходы производителей товаров равны 500, производители освобождены от уплаты налогов,
- доходы от экспорта 100, а расходы на импортные товары составляют 10% ВВП Вудленда.

(в) Как изменилось налоговое бремя (отношение суммы уплачиваемых налогов к ВВП) в результате введения новой налоговой шкалы? Объясните, почему произошедшее изменение налогового бремени сказалось на величине ВВП таким образом.

Задача 4. Куклы и опилки (20 баллов)

Компания Папа Карло и К° (ПКиК°) производит и продает деревянных кукол. Месячный спрос на кукол описывается функцией $Q_K = 330 - P_K$, где Q_K – количество кукол в месяц, штук, P_K – цена одной куклы, золотых, а издержки производства компании – функцией $ТС_K = 3Q_K^2$. Деревянные опилки и стружку, которые остаются от производства, компания продает всем желающим. Покупатели приходят к складу компании, где им отсыпают нужное количество древесных отходов в тару, которую они принесли с собой. Месячный спрос на отходы производства описывается функцией $Q_O = 60 - 2P_O$, где Q_O – количество древесных отходов, кг, P_O – цена одного килограмма древесных отходов, золотых.

(а) Какую максимальную прибыль может получить компания, если при производстве каждой куклы остается 1 кг древесных отходов?

(б) Бизнесмен Авоськин предлагает за небольшую плату брикетировать древесные отходы для ПКиК°. Древесные брикеты пользуются большим спросом, их будут покупать не только жители близлежащих домов, но и магазины, расположенные по всему городу и даже в округе, так что ПКиК° сможет увеличить продажу отходов в виде брикетов. Следует ли компании согласиться на предложение Авоськина, если на изготовление одного брикета уходит 1 кг древесных отходов, за каждый брикет Авоськин просит 3 золотых, покупатели готовы платить за один брикет столько же, сколько и за один килограмм отходов, но величина спроса на древесные отходы в форме брикетов возрастает в два раза при любой цене? Какую прибыль может получить компания, если отходы производства будут продаваться только в брикетах? Сколько кукол и сколько брикетов будет продавать компания?

Задача 5. Динамическая оптимизация для царя Кашея (20 баллов)

Бессмертный царь Кашей, чахнувший над золотом, решил увеличить поступление денег в свои сундуки, открыв новое предприятие по выпуску шоколадных фигурок дракончиков. При открытии предприятия Кашей выделит из сундуков менеджерам предприятия достаточную сумму на закупку нового оборудования и на оплату других производственных расходов на первый год работы.

Срок службы оборудования – четыре года, по истечении которых оно рассыпается в прах. По истечении каждого года работы все имеющееся старое оборудование может быть продано по цене L и в начале каждого следующего года заменено на новое – оно приобретается по цене S . Цена продажи старого оборудования (в млн. золотых монет) задается формулой $L = 8 - 2k$, где k – возраст продаваемого оборудования в годах ($k = 1, 2, 3, 4$). Цена покупки нового оборудования (в млн. золотых монет) на ближайшие пять лет задается формулой $S = 10 + n$, где n – год покупки, $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Если возраст оборудования составляет k лет ($k = 0, 1, 2, 3$), то годовой объем производства (в тыс. фигурок) вычисляется по формуле $Q = 250 - 5k - 5k^2$, а сумма средств, которая идет на оплату прочих производственных расходов, помимо расходов на оборудование, составляет $C = 10 + 0.5k + 0.5k^2$ млн. золотых монет. Эти средства также выделяются Кашеем в начале каждого года.

Цена дракончиков фиксирована – 100 золотых монет за фигурку и не меняется год от года. Все произведенные за год фигурки дракончиков полностью распродают в этом же году.

По истечении каждого года работы менеджеры, получив от Кашея указание продавать оборудование или нет, сдают ему все деньги (золотые монеты), которые были получены как от продажи фигурок, так и от продажи подержанного оборудования (если оно, согласно указанию, было продано). Эту сумму царь складывает в сундук, после чего выделяет деньги на следующий год работы, то есть на закупку нового оборудования (если это необходимо) и на выплаты по другим статьям расходов.

Стратегию замены оборудования на ближайшие пять лет было поручено разработать Змею Горынычу. Первая голова Горыныча предложила менять оборудование только после того, как оно выработает весь свой ресурс, вторая голова – менять в начале каждого года, третья – самая умная – менять так, чтобы прирост суммы денег в сундуке за пять лет оказался максимальным. Однако, ни одна из предложенных стратегий не устроила Кашея: он считал, что прирост злата в сундуке должен быть максимально возможным каждый год. Поэтому царь Кашей решил, что он ежегодно сам будет определять, заменять оборудование или нет, следуя своей собственной стратегии.

а) На какую сумму может прирасти богатство Кашея за пять лет в соответствии со стратегиями каждой из трех голов? Когда следует заменять оборудование в соответствии со стратегией третьей головы Горыныча?

б) Когда будет заменяться оборудование в соответствии со стратегией царя Кашея? Насколько больше или меньше денег получит Кашей за пять лет по сравнению со стратегией, предложенной третьей головой Горыныча?