

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Максимальная сумма баллов – 100.

Задача 1. Бельчонок идет в школу (15 баллов)

Все лесные жители любят Бельчонка и готовы угощать его орешками, когда он каждый день идет в школу на другой конец леса. От дома Бельчонка до школы ведут три разных тропинки – одна мимо дома розовой феи, другая мимо дома сиреневой феи, а третья мимо дома голубой феи. Бельчонок знает, что розовая фея всегда подарит ему 70 орешков, сиреневая фея 50 орешков, а голубая 30 орешков.

На первый взгляд выбор Бельчонка, по какой тропинке идти в школу, очевиден, но когда он идет через лес от дома сиреневой феи, то с вероятностью 60% может встретить Лешего, который тоже всегда готов угостить Бельчонка орешками. Если у Лешего в этот момент хорошее настроение, то он насыпает ему 60 орешков, а если настроение не очень, то только 10 орешков. И Бельчонок по опыту знает, что, в 8 случаях из 10 у веселого Лешего настроение бывает хорошим.

Если же идти в школу по тропинке мимо дома голубой феи, то с вероятностью 30% можно встретить деловую Кикимору, которая отличается особой щедростью и всегда дарит Бельчонку пакетик со 150-ю орешками.

(а) Укажите, по какой дороге предпочитает ходить рациональный Бельчонок в школу, и дайте обоснование своему выводу.

(б) Мама Бельчонка хочет мотивировать его изменить традиционный маршрут дороги в школу, чтобы он, руководствуясь личной выгодой, ежедневно по пути заходил к одной из фей, с которой у нее есть совместный бизнес. Поэтому она решила выдавать ежедневно X орешков Бельчонку, если он будет выбирать дорогу в школу мимо дома этой феи (X – целое число). Обоснуйте, какие минимальные значения X мудрая мама Бельчонка должна установить, чтобы добиться желаемого результата.

Задача 2. КПВ и санкции (20 баллов)

В некоторой стране Альфа производятся два продукта X и Y (в тыс. тонн). Кривая производственных возможностей задается уравнением $Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$. Продукты X и Y потребляются жителями страны Альфа в пропорции 5 к 3.

(а) Страна Альфа участвует в мировой торговле. Для торговли используется мировая валюта – тугрики. На мировом рынке сложились следующие цены: $P_X = 42$ тугрика за 1 тыс. тонн товара X и $P_Y = 70$ тугриков за 1 тыс. тонн товара Y . Определите, сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять.

(б) Все страны, участвующие в мировой торговле, договорились об установлении потолка цены на экспортируемый страной Альфа товар в размере 10 тугриков за 1 тыс. тонн: то есть у страны Альфа этот товар будут закупать по установленной цене, но, если страна Альфа будет этот товар импортировать, то ей будут его продавать по мировой рыночной цене. Сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять в данной ситуации?

(в) Страна Бета, нарушая договоренности, готова приобретать для внутреннего потребления любое количество, экспортируемого страной Альфа товара по цене 30 тугриков за 1 тыс. тонн (на мировом рынке так много продавцов и покупателей, что это решение страны Бета не меняет рыночные цены). Как это решение страны Бета повлияло на объемы производства, вывоза, ввоза и потребления товаров в стране Альфа?

(г) Опасаясь санкций за нарушение договоренности, страна Бета решила закупать у страны Альфа не более 17,5 тыс. тонн товара. Сколько и какого товара теперь страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять?

Задача 3. Снежный городок (15 баллов)

Петя хочет построить снежный городок, вкладывая в это свои средства и планируя продавать билеты всем желающим в нем отдохнуть. Он пытается оценить, какой доход ему ожидать, ориентируясь на доступные ему данные. Если погода хорошая, в снежном городке будет много посетителей, и он рассчитывает зарабатывать в такой день 32 д.е. Если погода плохая, посетителей будет меньше, и его доход составит 8 д.е. Если погода очень плохая, то посетителей не будет, и Петя в такие дни ничего не получит. Оценивая вероятный доход, Петя исходит из многолетней статистики метеорологов, согласно которой зимний сезон длится 80 дней, четверть дней погода плохая, каждый пятый день погода очень плохая, а в остальные дни погода хорошая. Однако примерно каждая пятая зима случается очень холодной, и тогда дней с плохой погодой и дней с очень плохой погодой в два раза больше. Но даже в такую зиму Петя готов работать, несмотря на меньший доход.

Петя может не строить снежный городок, а вложить деньги в проект друга, который по завершении зимнего сезона обещает вернуть ему 900 д.е. – всю сумму вложенных денег с процентом.

(а) Выгодно ли Пете строить снежный городок?

(б) Страховая компания предлагает страховки на случай очень холодной зимы. Можно купить страховку за 100 д.е. и тогда в случае, если зима окажется очень холодной, можно получить от страховой компании 900 д.е. В случае обычной зимы выплаты не будет. Можно ли с помощью покупки страховки увеличить ожидаемый доход от вложений?

(в) Выгодно ли страховой компании страхование на случай холодной зимы с таким соотношением стоимости страховки и страховой выплаты? Обоснуйте свой ответ.

(г) Какие соотношения страховой выплаты и стоимости страховки страхования на случай очень холодной зимы выгодны страховой компании?

Задача 4. МИКС (30 баллов)

4.1. Новогодние наборы конфет

К Новому году предприниматель Морозов фасует килограммовые наборы с шоколадными конфетами и карамелью. Все шоколадные конфеты он закупает по единой цене $R_ш$ рублей за кг у кондитерской фабрики «Зима», а карамель также по единой цене $R_к$ рублей за кг у кондитерской фабрики «Лето».

Предприниматель Морозов уже подготовил для продажи два вида наборов: наборы «Снеговик», в которых доля шоколадных конфет составляет 80% и наборы «Снегурочка», в которых шоколадных конфет в два раза меньше. Затраты на фасовку любого набора обходятся ему в 30 рублей. Уже есть договоренность, что наборы «Снеговик» будут продаваться по цене 660 рублей и обеспечат предпринимателю рентабельность в 20%, а наборы «Снегурочка» по цене 507 рублей, рентабельность таких наборов составит 30%.

Однако по совету дочери Снежаны предприниматель Морозов решил фасовать еще один вид наборов конфет «Снежинка». Фасовка одного такого набора обойдется на 10 рублей дороже, потому что в набор с конфетами будет положена очень красивая снежинка. Новый вид набора будет продаваться по цене 400 рублей, а прибыль от его продажи составит 80 рублей.

Примечание: рентабельность рассчитывается как отношение прибыли к себестоимости, выраженное в процентах.

(а) Определите, какова рентабельность набора «Снежинка».

(б) Рассчитайте, сколько грамм шоколадных конфет должно быть в наборе «Снежинка».

4.2. Комплекты мебели

Производственные возможности столярной мастерской за месяц работы описываются ограничением $3A+5B+6C \leq 1860$, где A – количество столов в штуках, B – количество скамеек в штуках, C количество табуреток в штуках. Мастерская получила заказ на изготовление комплектов мебели (1 стол + 2 скамейки + 3 табуретки).

(а) Какое максимальное количество таких комплектов мебели может изготовить мастерская за месяц?

(б) Определите, какую выручку от продажи комплектов получила мастерская, если известно, что все комплекты были проданы, а затраты на производство одного комплекта составили 40 тысяч рублей, и они оказались на 20% меньше прибыли от его продажи.

4.3. Бизнес Марины на ярмарке мастеров

Марина решила принять участие в ярмарке мастеров, которая должна пройти через месяц в родном городе. На ярмарке она планирует продавать оригинальные украшения собственного производства. По её оценкам выручка от продажи этих украшений составит 140 тыс. руб.

Марина думает взять кредит в микрофинансовой организации в размере 60 тыс. руб., с условием погасить его через месяц с процентами (4 тыс. руб.). На эти деньги она намерена закупить нужные расходные материалы (40 тыс. руб.) и выплатить аванс (20 тыс. руб.) помощнице, пообещав после завершения ярмарки доплатить ей еще 25 тыс. руб.

Всё нужное оборудование Марина хочет купить на свои деньги, затратив на его покупку 100 тыс. руб. Она посчитала, что износ этого оборудования за месяц использования может быть оценен в 2 тыс. руб.

Производством украшений Марина собирается заниматься в собственной мастерской, которую она могла бы сдать в аренду за 10 тыс. руб. с оплатой в конце месяца. Известно, что ставка по накопительному счету, где Марина хранит свои сбережения, составляет 1% в месяц. Также известно, что вместо подготовки к ярмарке Марина может устроиться на работу горничной в гостиницу с зарплатой 40 тыс. руб. или мерчендайзером в магазин с зарплатой 45 тыс. руб.

(а) Рассчитайте для Марины бухгалтерские издержки, связанные с подготовкой к ярмарке, выделив основные статьи расходов: материальные затраты, расходы на оплату труда, амортизация, прочие расходы.

(б) Оцените величину неявных издержек Марины.

(в) Оцените размер ожидаемой бухгалтерской и экономической прибыли Марины.

(г) Дайте оценку выгодности данного вида бизнеса для Марины, представив соответствующие пояснения и рекомендации.

Задача 5. Динамическая оптимизация для царя Кашея (20 баллов)

Бессмертный царь Кашей, чахнувший над золотом, решил увеличить поступление денег в свои сундуки, открыв новое предприятие по выпуску шоколадных фигурок дракончиков. При открытии предприятия Кашей выделит из сундуков менеджерам предприятия достаточную сумму на закупку нового оборудования и на оплату других производственных расходов на первый год работы.

Срок службы оборудования – четыре года, по истечении которых оно рассыпается в прах. По истечении каждого года работы все имеющееся старое оборудование может быть продано по цене L и в начале каждого следующего года заменено на новое – оно приобретается по цене S . Цена продажи старого оборудования (в млн. золотых монет) задается формулой $L = 8 - 2k$, где k – возраст продаваемого оборудования в годах ($k = 1, 2, 3, 4$). Цена покупки нового оборудования (в млн. золотых монет) на ближайшие пять лет задается формулой $S = 10 + n$, где n – год покупки, $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Если возраст оборудования составляет k лет ($k = 0, 1, 2, 3$), то годовой объем производства (в тыс. фигурок) вычисляется по формуле $Q = 250 - 5k - 5k^2$, а сумма средств, которая идет на оплату прочих производственных расходов, помимо расходов на оборудование, составляет $C = 10 + 0.5k + 0.5k^2$ млн. золотых монет. Эти средства также выделяются Кашеем в начале каждого года.

Цена дракончиков фиксирована – 100 золотых монет за фигурку и не меняется год от года. Все произведенные за год фигурки дракончиков полностью распродают в этом же году.

По истечении каждого года работы менеджеры, получив от Кашея указание продавать оборудование или нет, сдают ему все деньги (золотые монеты), которые были получены как от продажи фигурок, так и от продажи подержанного оборудования (если оно, согласно указанию, было продано). Эту сумму царь складывает в сундук, после чего выделяет деньги на следующий год работы, то есть на закупку нового оборудования (если это необходимо) и на выплаты по другим статьям расходов.

Стратегию замены оборудования на ближайшие пять лет было поручено разработать Змею Горынычу. Первая голова Горыныча предложила менять оборудование только после того, как оно выработает весь свой ресурс, вторая голова – менять в начале каждого года, третья – самая умная – менять так, чтобы прирост суммы денег в сундуке за пять лет оказался максимальным. Однако, ни одна из предложенных стратегий не устроила Кашея: он считал, что прирост злата в сундуке должен быть максимально возможным каждый год. Поэтому царь Кашей решил, что он ежегодно сам будет определять, заменять оборудование или нет, следуя своей собственной стратегии.

(а) На какую сумму может прирасти богатство Кашея за пять лет в соответствии со стратегиями каждой из трех голов? Когда следует заменять оборудование в соответствии со стратегией третьей головы Горыныча?

(б) Когда будет заменяться оборудование в соответствии со стратегией царя Кашея? Насколько больше или меньше денег получит Кашей за пять лет по сравнению со стратегией, предложенной третьей головой Горыныча?