

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

8 класс.

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1(20 баллов) «Яблочный бум»

На новой даче у Матрёны Семёновны растут замечательные яблоки. В этом году яблок уродилось много, можно продать свежие, а можно высушить. Сушилка есть у дочери, сушить же придётся самой, взяв сушилку на время. Свежие яблоки содержат 88% воды, а высушенные – 25%. Матрёна Семёновна собрала 80кг яблок.

А) Сколько высушенных яблок может получиться у Матрёны Семёновны?(12 баллов)

Б) Свежие яблоки можно продать самой на рынке по 200 рублей за пятилитровое ведёрко, в ведёрко входит 4 кг яблок. Сушёные можно сдать на рынке в киоск по 370 рублей за килограмм. Какая продажа будет выгоднее и насколько?(8 баллов)

Решение.

А) Расчеты удобно свести в таблицу. Важно помнить правило, что в продукте, при высушивании, количество воды может меняться, масса сухого вещества остаётся неизменной.

Яблоки	Масса, кг	Вода		Сухое вещество	
		кг	%	кг	%
Свежие	80	70,4	88	9,6	12
Высушенные	12,8	3,2	25	9,6	75

$100\% - 88\% = 12\%$ –% сухого вещества в свежих яблоках. (3 балла)

$80:100 \times 12 = 9,6$ кг –масса сухого вещества в свежих яблоках, которая так же остается неизменной в высушенных яблоках. (3 балла)

$100\% - 25\% = 75\%$ –% сухого вещества в высушенных яблоках.(3 балла)

$9,6 * 100 : 75 = 12,8$ кг – масса высушенных яблок.(3 балла)

Б)Количество ведерок яблок, которое можно продать на рынке = $80:4=20$ ведерок.(2 балла)

Выручка от продажи свежих яблок = $200 * 20 = 4000$ рублей.(2 балла)

Выручка от продажи высушенных яблок = $370 * 12,8 = 4736$ рублей. (2 балла)

Разница в доходе = $4736 - 4000 = 736$ рублей. (2 балла)

Ответ: А) 12,8 кг.

Б) Выгоднее продавать высушенные яблоки, выручка на 736 рублей больше.

Задача 2 (20 баллов) «Гуси-лебеди» и производительность труда»

В результате снижения рыночного спроса на выпускаемую предприятием продукцию, компания «Гуси лебеди» вынуждена была сократить численность рабочих на 20%, что привело к снижению объема производства на 30%.

Определите, на сколько процентов изменилась выработка (производительность труда) в компания «Гуси лебеди».

Решение: Выработка (производительность труда) = Объем производства/Численность рабочих

Выработка до снижения спроса = Q_1/L_1

Выработка после снижения спроса = $0,7Q_1/0,8L_1 = 0,875(Q_1/L_1)$, то есть после изменений, выработка составила 87,5% от первоначальной. **(15 баллов)**

Таким образом, имеет место снижение выработки на 12,5% ($87,5 - 100$). **(5 баллов)**

Ответ: Снизилась на 12,5%.

Задача 3 (20 баллов) «Подарки к Новому году»

В преддверии Нового года, при выборе и оформлении подарков, особым спросом у жителей города пользуются товары бытовой техники. Друзья Антон, Макар, Борис и Семён решили сделать покупки в торговом центре «Технодом». Антон купил планшет и лампу Глобус, заплатив 40000 рублей. Макар купил лампу Глобус и кофеварку, заплатив на 28000 рублей меньше Антона. Борис купил планшет, кофеварку и два телефона, заплатив на четверть больше Антона. Семён решил купить планшет и телефон.

А) Определите расходы Макара и Бориса на покупку подарков. **(5 баллов)**

Б) Определите стоимость покупки Семёна. **(15 баллов)**

Решение:

А) Определим расходы друзей на покупку подарков: **(5 баллов)**

Антон	Макар	Борис
40000 рублей	$40000 - 28000 = 12000$ рублей	$40000 \times 1,25 = 50000$ рублей

Б) Пусть П – цена планшета, Л – цена лампы Глобус, К – цена кофеварки, Т – цена телефона.

Теперь мы можем записать 3 уравнения:

$$П + Л = 40000$$

$$Л + К = 12000$$

$$П + К + 2Т = 50000$$

Если сложим левые и правые части этих уравнений, то получим:

$$П + Л + Л + К + П + К + 2Т = 102000$$

$$2П + 2Л + 2К + 2Т = 102000$$

$$П + Л + К + Т = 51000$$

Если известно, что $Л + К = 12000$, тогда $П + Т = 51000 - 12000 = 39000$ рублей **(запись соотношений и расчет стоимости покупки Семёна – 15 баллов).**

Ответ: А) 12000 рублей; 50000 рублей.

Б) 39000 рублей.

Задача 4 (20 баллов) «Новогодние сувениры фирмы «Дракоша»»

В преддверии новогодних праздников фирма «Дракоша» изготавливает новогодние сувениры из бука: брелоки для ключей и статуэтки. В декабре доход от продажи 1000 статуэток составил 550000 грошиков. Всего выручка фирмы равна 786250 грошиков. Затраты предприятия на производство одного брелока составляют 200 грошиков, а одной статуэтки – 250 грошиков.

А) Определите цену, по которой фирма предлагает на продажу брелоки, если известно, что прибыль после уплаты налога на прибыль составила 321000 грошиков, а ставка налога на прибыль – 20%. **(12 баллов)**

Б) Как изменится чистая прибыль фирмы «Дракоша» в январе, если для поддержания декабрьских объемов продаж планируется снизить цену брелоков на 10%, а цену статуэток на 20%? **(8 баллов)**

Решение:

А) Если прибыль после уплаты налога оказалась равна 321000 грошиков, то валовая прибыль (прибыль до уплаты налога) равна $321000 / (1 - 0,2) = 401250$ грошиков. **(4 балла)**

Прибыль до уплаты налога = Выручка – Затраты на производство.

Следовательно, общие затраты на производство составили $786250 - 401250 = 385000$ грошиков. **(3 балла)**

Затраты на производство брелоков = $385000 - 1000 \times 250 = 135000$ грошиков. **(2 балла)**

Объем производства брелоков = $135000 / 200 = 675$ брелоков. **(1 балл)**

Выручка от продажи брелоков = $786250 - 550000 = 236250$ грошиков. **(1 балл)**

Цена брелока = $236250 / 675 = 350$ рублей. **(1 балл)**

Б) Цена брелока в январе = $350 \times 0,9 = 315$ грошиков.

Цена статуэтки в январе = $550000 / 1000 \times 0,8 = 440$ грошиков. **(1 балл за расчет новых цен)**

Планируемый доход = $315 \times 675 + 440 \times 1000 = 212625 + 440000 = 652625$ грошиков.

Затраты на производство = 385000 грошиков, не изменились, т.к. объем производства и реализации остался без изменений.

Прибыль до уплаты налога = $652625 - 385000 = 267625$ грошиков.

Налог на прибыль = $267625 \times 20\% = 53525$ грошиков.

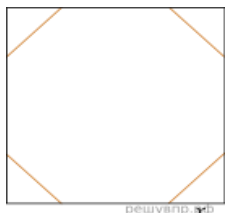
Чистая прибыль = $267625 - 53525 = 214100$ грошиков. **(3 балла за расчет чистой прибыли)**

Изменение прибыли = $214100 - 321000 = -106900$ грошиков, или $214100 / 321000 \times 100 - 100 = -33,3\%$, т.е. прибыль уменьшится на 106900 грошиков или на 33,3%. **(4 балла)**

Ответ: А) 350 рублей.

Б) Уменьшится на 106900 грошиков или на 33,3%.

Задача 5 (20 баллов) «Дизайнерское зеркало»



Мастеру по резке стекла и зеркал Ивану поступил заказ на изготовление дизайнерского зеркала. У него имеется квадратная заготовка с длиной стороны 40 см. Ему необходимо изготовить восьмиугольное зеркало, у которого все стороны и все углы равны.

Для этого, он планирует наметить линии и по этим линиям выполнить отрезки от квадрата (четыре прямоугольных треугольника по углам (см. рисунок)).

А) Помоги Ивану найти приближенно длину отреза в миллиметрах, считая, что $\sqrt{2}$ равен 1,41. (12 баллов)

Б) Какую сумму должен заплатить заказчик, если стоимость зеркального полотна за 1 м² составляет 18750 рублей. А стоимость работы Ивана алмазным диском 15 рублей за 1 см. (8 баллов)

Решение:

А) Пусть неизвестный катет равен x см. По теореме Пифагора, из соотношений сторон в прямоугольном треугольнике находим, что гипотенуза отрезанного треугольника равна $x\sqrt{2}$.

Поскольку все стороны восьмиугольника должны быть равны, получаем уравнение $40 - 2x = x\sqrt{2}$, откуда $x(2 - \sqrt{2}) = 40$, откуда

$$x = \frac{40}{2 + \sqrt{2}} = 20(2 - \sqrt{2}).$$

Подставляя значение 1,41 вместо $\sqrt{2}$ получаем:

$$x \approx 20 \cdot 0,59 = 11,8.$$

Итак, длина катета равна приблизительно 11,8 см, то есть 118 мм. (10 баллов)

Участник мог подставить приближённое значение $\sqrt{2} = 1,41$ в выражение $x = \frac{40}{2 + \sqrt{2}}$. В этом случае $x = 11,73020\dots$ и правильным ответом следует считать любое верное округление числа 117,302... мм.

Длина отреза в прямоугольном треугольнике – гипотенуза, следовательно, длина отреза = $11,8\sqrt{2} = 16,6$ см = 166 мм. (2 балла)

Б) Найдем стоимость выполнения заказа.

Стоимость зеркального полотна по размеру 40x40 см = $18750 \cdot (0,4 \cdot 0,4) = 3000$ рублей. (5 баллов)

Длина отрезков $4 \cdot 16,6 = 66,4$ см. (1 балл)

Стоимость работы мастера алмазным диском = $15 \cdot 66,4 = 996$ рублей. (1 балл)

Общая стоимость услуг мастера = $3000 + 996 = 3996$ рублей. (1 балл)

Ответ: А) 166 мм.

Б) 3996 рублей.