

2 ТУР ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА. ЗАДАЧИ. 11 класс.

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае - меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1 (20 баллов) «Квартира для Незнайки»

В последнее время Незнайка неплохо зарабатывает на рисовании портретов коротышек и сочинительстве сатирических куплетов. Незнайка мечтает о собственной квартире в Цветочном городе, которая стоит 2 млн. лепестков. Незнайка может её купить, взяв кредит в ЛунаБанке. Банк готов выдать необходимую сумму сразу, даже без первоначального взноса, а погашать кредит Незнайке придётся 20 лет равными ежемесячными платежами, размер которых не превышает доход Незнайки за месяц. При этом за весь срок кредита ему придётся выплатить сумму, на 260% превышающую исходную.

Знайка посоветовал Незнайке какое-то время снимать квартиру за 14 тыс. лепестков в месяц, откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съёмную квартиру.

А) За сколько месяцев Незнайка сможет накопить на квартиру, если примет предложение Знайки, а стоимость квартиры не изменится? **(10 баллов)**

Б) Незнайка принял предложение Знайки. Спустя 1 год Знайка дал еще один совет: положить накопления на вклад в ЛунаБанк под 20% годовых. Проценты по вкладу начисляются один раз в год после истечения года и прибавляются к основной сумме вклада. Так же вкладчик имеет право докладывать в конце каждого года после начисления процентов на счет фиксированную сумму в размере первоначального вклада. Как в этом случае изменится срок накопления на квартиру? **(10 баллов)**

Решение:

А) $2 \cdot 360\% = 7,2$ млн лепестков – общая сумма выплат банку за 20 лет. **(2,5 балла)**

$7200000 : 20 : 12 = 30\,000$ лепестков – ежемесячный платеж банку по кредиту. **(2,5 балла)**

$30\,000 - 14\,000 = 16\,000$ лепестков – может откладывать Незнайка по совету Знайки ежемесячно. **(2,5 балла)**

$2000000 : 16\,000 = 125$ месяцев – срок накопления на квартиру самостоятельно. **(2,5 балла)**

Б) $16000 \cdot 12 = 192000$ лепестков – накопленная Незнайкой сумма за год, которую он, по совету Знайки решил положить в ЛунаБанк, сумма ежегодных дополнительных взносов. **(1 балл)**

Представим расчеты в таблице:

Год	Сумма на счете на начало года	Начисленные проценты	Дополнительный взнос	Сумма на счете на конец года
1	192	$192 \cdot 0,2 = 38,4$	192	422,4
2	422,4	$422,4 \cdot 0,2 = 84,48$	192	698,88
3	698,88	$698,88 \cdot 0,2 = 139,776$	192	1030,656
4	1030,656	$1030,656 \cdot 0,2 = 206,1312$	192	1428,7872
5	1428,7872	$1428,7872 \cdot 0,2 = 285,7574$	192	1906,5446

Всего за 6 лет (72 месяца) накопления Незнайки составили 1906545 лепестков. **(5 баллов)**

$2000000 - 1906545 = 93455$ лепестков – недостающая сумма для приобретения квартиры. **(1 балл)**

$93455 : 16000 = 5,8$ или 6 месяцев – осталось Незнайке сделать накопления для получения необходимой суммы. **(1 балл)**

$72 + 6 = 78$ месяцев – новый срок накопления необходимой суммы на покупку квартиры. **(1 балл)**

$125 - 78 = 47$ месяцев – срок накопления на квартиру для Незнайки уменьшится. **(1 балл)**

Ответ: А) 125 месяцев;

Б) уменьшится на 47 месяцев.

Задача 2 «Яблоневый сад деда Антона»

У деда Антона большой яблоневый сад. Этот год был урожайный, и дед Антон принял решение продать излишки яблок на рынке. Он привез на рынок 91 кг яблок, которые после транспортировки разделил на три сорта. Антоновку он

продавал по 40 рублей, Калиновку – по 30 рублей, Малиновку – по 20 рублей за килограмм. Выручка от продажи всех яблок составила 2170 рублей. Известно, что масса Калиновки меньше массы Малиновки на столько же процентов, на сколько процентов масса Антоновки меньше массы Калиновки.

Сколько килограммов Калиновки продал дед Антон?

Решение:

Пусть x кг - масса Антоновки, y кг - масса Калиновки, оставшиеся $91 - (x + y)$ кг - масса Малиновки.

Для величины выручки имеем:

$$40x + 30y + 20(91 - (x + y)) = 2170$$

$$40x + 30y + 1820 - 20x - 20y - 2170 = 0$$

$$20x + 10y = 350$$

$$2x + y = 35$$

Откуда $y = 35 - 2x$ (*) **(10 баллов)**

Поскольку масса Антоновки меньше массы Калиновки на столько же процентов, на сколько процентов масса Калиновки меньше массы Малиновки имеем:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{91 - (x + y)}.$$

Подставим условие (*) в полученную пропорцию и решим ее:

$$\frac{x}{35 - 2x} = \frac{35 - 2x}{x + 56} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x + 56) = (35 - 2x)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 196x + 1225 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x = \frac{175}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 7.$$

$y = 35 - 2 \cdot 7 = 21$ кг – масса Калиновки. **(10 баллов)**

Ответ: 21 кг.

Задача 3 (20 баллов) «Шоколадная история в стране Сладкоежек»

Любимым товаром жителей страны Сладкоежек являются шоколадные батончики, производство которых в стране является стратегически важным. Функция отраслевого спроса на шоколадные батончики имеет вид: $Q_d = 40 - 2P$, где P – цена за один батончик, грошиков; Q_d – объем спроса, тысяч батончиков в месяц. Фирма–производитель шоколадных батончиков «Шоколадница» широко известна на рынке и уже много лет выпускает батончики с разными вкусами. Функция общих затрат фирмы «Шоколадница» имеет вид: $TC = 0,04Q^3 - 1,94Q^2 + 32,96Q$.

А) Определите оптимальный объем производства и финансовый результат деятельности фирмы «Шоколадница» в сложившихся условиях. **(10 баллов)**

Б) Представьте результат решения графически. **(5 баллов)**

В) Для какой рыночной структуры типична такая ситуация? Почему? **(5 баллов)**

Решение:

А) Функция спроса на шоколадные батончики имеет линейную зависимость $Q_d(p) = b - aP$, что соответствует рынку несовершенной конкуренции.

Условие выбора оптимального объема производства фирмы на рынках несовершенной конкуренции (максимизация прибыли, минимизация убытков) – равенство предельного дохода и предельных издержек: $MC = MR$.

Запишем обратную функцию спроса на шоколадные батончики: $P = 20 - 0,5Q$.
(1 балл)

Тогда совокупный доход фирмы будет равен: $TR = PQ = (20 - 0,5Q)Q = 20Q - 0,5Q^2$. **(1 балл)**

Предельный доход равен первой производной совокупного дохода.

$$MR = TR' = (20Q - 0,5Q^2)' = 20 - Q. \text{ (1 балл)}$$

Функция предельных издержек – производная функции общих издержек по Q : $MC = TC' = (0,04Q^3 - 1,94Q^2 + 32,96Q)' = 0,12Q^2 - 3,88Q + 32,96$. **(1 балл)**

$$\text{Таким образом: } 20 - Q = 0,12Q^2 - 3,88Q + 32,96$$

$$20 - Q - 0,12Q^2 + 3,88Q - 32,96 = 0$$

$$-0,12Q^2 + 2,88Q - 12,96 = 0$$

$$Q^2 - 24Q + 108 = 0$$

$$D = 576 - 4 \cdot 108 = 144$$

$$Q_1 = 6 \text{ тысяч батончиков}$$

$$Q_2 = 18 \text{ тысяч батончиков}$$

То есть, оптимальный объем выпуска для фирмы «Шоколадница» выполняется при двух значениях объема выпуска 6 и 18 тысяч батончиков в месяц.

(2 балла)

Продажа будет осуществляться по ценам:

$$P_1 = 20 - 0,5 \cdot 6 = 17 \text{ грошиков}$$

$$P_2 = 20 - 0,5 \cdot 18 = 11 \text{ грошиков}$$

Размер полученной фирмой прибыли составит:

$$Pr = TR - TC = P \cdot Q - 0,04Q^3 + 1,94Q^2 - 32,96Q$$

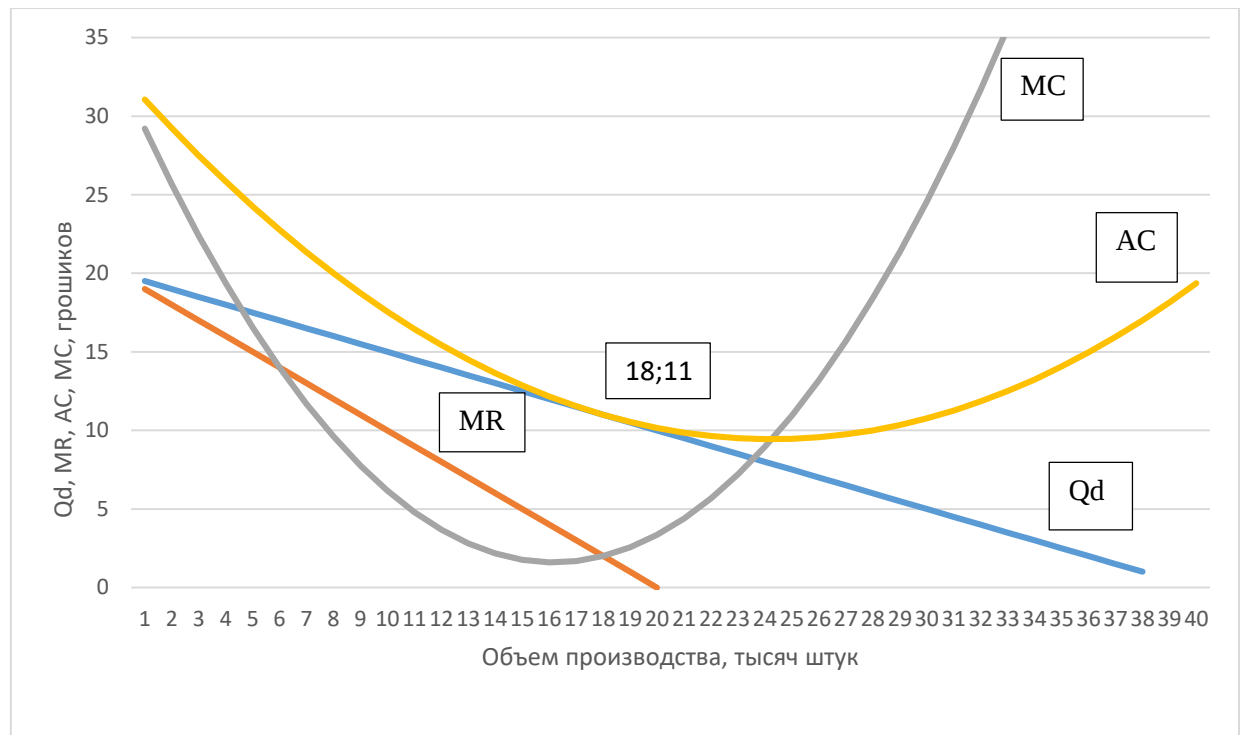
$$Pr_1 = 6 \cdot 17 - 0,04 \cdot 6^3 + 1,94 \cdot 6^2 - 32,96 \cdot 6 = -34,56 \text{ тысяч грошиков}$$

$$Pr_2 = 18 \cdot 11 - 0,04 \cdot 18^3 + 1,94 \cdot 18^2 - 32,96 \cdot 18 = 0 \text{ (2 балла за расчет)}$$

финансового результата деятельности фирмы)

Таким образом, функция прибыли имеет два экстремума, как это видно из графика (локальный минимум и максимум функции), естественно в данной ситуации нас интересует максимум, т.е. $Pr = 0$. Оптимальный объем выпуска в данном случае $Q = 18$ тысяч батончиков. При выпуске данного объема продукции фирма «Шоколадница» не получит прибыли, но не понесет и убытка. При данных функциях спроса и издержек получение прибыли не представляется возможным. **(2 балла за вывод и верный ответ)**

Б) Представим результат решения на графике. **(5 баллов, график прибыли не является обязательным для построения)**



В) Такая ситуация типична для рынка монополистической конкуренции. При монополистической конкуренции вход на рынок сравнительно свободен. Поэтому в долгосрочном периоде на него неизбежно проникнут привлеченные экономической прибылью другие компании. Новички станут производить товары, по своим характеристикам близкие к продукции, рассматриваемой нами фирмы. Кроме того, нельзя исключать появление на рынке недобросовестных конкурентов, занимающихся подделкой и имитацией продукции основного конкурента.

В результате кривая спроса на продукцию фирмы-старожила снизится, так как часть клиентов перейдет к конкурентам и ее сегмент рынка сократится. Очевидно, что этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока не исчезнет экономическая прибыль и кривая спроса не займет положение касательной к кривой средних затрат, что можно увидеть на графике.

Таким образом, в условиях монополистической конкуренции, цена равновесия в долгосрочном периоде равна средним затратам, и фирмы не получают экономической прибыли. (5 баллов за полный развернутый ответ. Если только назван тип рыночной структуры - 2 балла)

Ответ: А) 18 тысяч батончиков, $P_r = 0$;

Б) построение графика; В) рынок монополистической конкуренции.

Задача 4 (20 баллов) «Основные макроэкономические показатели в стране Чудесная»

Известно, что в стране Чудесная государственные расходы на товары и услуги в 2 раза меньше личных потребительских расходов и составляют 20% ВВП, а импорт товаров и услуг на 60% меньше валовых частных инвестиций. Так же известны данные о доходах и расходах, связанных с внешнеэкономической деятельностью страны Чудесная, которые представлены в таблице.

Показатель	Получено резидентами страны из-за границы (от нерезидентов), млн. золотых	Выплачено резидентами страны за границу (нерезидентам), млн. золотых
Оплата труда	800	350
Доходы от собственности (дивиденды, проценты)	450	650
Социальные трансферты (пенсии, пособия, подарки)	100	400
Оплата товаров и услуг	600	400

Определите ВВП и ВВП страны Чудесная.

Решение:

Для определения ВВП воспользуемся формулой расчета ВВП по расходам: $ВВП = C + I_g + G + (E_x - I_m)$, где C – личные потребительские расходы домашних хозяйств; I_g – валовые частные внутренние инвестиции (расходы предпринимательских фирм); G – государственные закупки товаров и услуг; $(E_x - I_m)$ – расходы на чистый экспорт, Экспорт – Импорт.

Соотношение ВВП и ВВП описывается следующей формулой:

$ВВП = ВВП + \Delta$ (Чистые факторные доходы из-за рубежа).

$ВВП = ВВП + (\text{Оплата труда полученная} - \text{Оплата труда выплаченная}) + (\text{Доходы от собственности полученные} - \text{Доходы от собственности выплаченные})$.

Так же отметим, что социальные трансферты не учитываются при подсчете ВВП, ВВП. **(3 балла за обоснование применения расчетных формул и показателей)**

Из условия нам известно, что $G = 0,5C$ и $G = 0,2 \cdot ВВП$. Тогда $C = 2 \cdot G = 0,4 \cdot ВВП$. **(2 балла)**

Также из условия известно, что $I_m = 0,4 \cdot I_g$.

Значение величины импорта товаров и услуг следует взять из таблицы. Импорт – это стоимость товаров и услуг, полученных из-за границы от нерезидентов. Соответственно плата за эти товары и услуги была выплачена за границу, т.е. нерезидентам. Отсюда следует, что импорт товаров и услуг равен 400 млн. золотых. А значит $I_g = 400/0,4 = 1000$ млн. золотых. **(2 балла)**

Значение величины экспорта также следует взять из таблицы: $E_x = 600$ млн. золотых.

Теперь все значения подставим в формулу расчета ВВП по расходам.

$ВВП = 0,4 \cdot ВВП + 1000 + 0,2 \cdot ВВП + (600 - 400)$

$ВВП = 0,6 \cdot ВВП + 1200$ **(3 балла)**

Далее воспользуемся формулой расчета ВВП (или в современной версии СНС – ВВП).

$ВВП = (0,6 \cdot ВВП + 1200) + (800 - 350) + (450 - 650)$

$0,4 \cdot ВВП = 1450$

Отсюда получаем, что ВВП = 3625 млн. золотых. **(8 баллов)**

ВВП = $0,6 \cdot 3625 + 1200 = 3375$ млн. золотых. **(2 балла)**

Ответ: ВВП = 3375 млн. золотых, ВВП = 3625 млн. золотых.

Задача 5 (20 баллов) «Роль профсоюзов на рынке труда страны Чудесная»

На рынке труда страны Чудесная активна роль профсоюзных организаций. Они представляют интересы работников по вопросам оплаты труда, условий труда и социальных гарантий. Зависимость спроса и предложения от изменения ставки заработной платы на рынке труда страны Чудесная имеет вид: $QD_L = 100 - w$, $QS_L = 2w - 80$, где QD_L и QS_L – соответственно величины спроса и предложения труда, тысяч человек; w – ставка заработной платы, золотых.

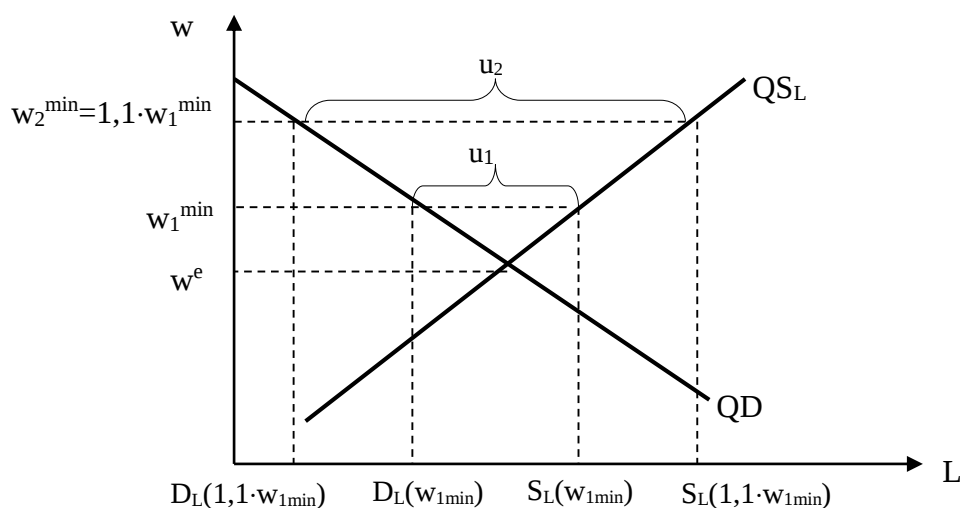
В условиях умеренной инфляции профсоюзам удалось добиться повышения минимальной ставки оплаты труда на 10%. Однако, в результате норма (уровень) безработицы выросла на 60%.

А) Постройте график рынка труда страны Чудесная. **(5 баллов)**

Б) Определите численность безработных в стране Чудесная до и после повышения минимальной ставки оплаты труда. **(15 баллов)**

Решение:

А) Если введение минимальной ставки заработной платы (w_{1min}) приводит к появлению безработицы, то $w_{1min} > w^e$. Если $w_{1min} > w^e$, то на рынке возникает избыточное предложение, которое на рынке труда называется безработица. Численность безработных равна $QS_L(w_{min}) - QD_L(w_{min})$, а численность занятых равна $QD_L(w_{min})$. На рисунке эту ситуацию можно представить следующим образом. **(5 баллов)**



Б) Определим равновесную ставку заработной платы на рынке труда страны Чудесная: $QD_L = QS_L$; $100 - w = 2w - 80$; $w^e = 60$ золотых. **(1 балл)**

Норму (уровень) безработицы можно определить по формуле:

Уровень безработицы (u) = Количество безработных/Рабочая сила

Уровень безработицы (u) = $\frac{\text{Количество безработных}}{\text{Занятые} + \text{Безработные}}$

$$u = \frac{S_L(W_{\min}) - D_L(W_{\min})}{D_L(W_{\min}) + (S_L(W_{\min}) - D_L(W_{\min}))} = \frac{S_L(W_{\min}) - D_L(W_{\min})}{S_L(W_{\min})}.$$

Тогда первоначальная норма безработицы будет равна:

$$u_1 = (2w_1^{\min} - 80 - 100 + w_1^{\min}) / (2w_1^{\min} - 80) = (3w_1^{\min} - 180) / (2w_1^{\min} - 80) \text{ (3 балла)}$$

А норма безработицы после повышения минимальной заработной платы на 10%:

$$u_2 = (2 \cdot 1,1w_1^{\min} - 80 - 100 + 1,1w_1^{\min}) / (2 \cdot 1,1w_1^{\min} - 80) = (3,3w_1^{\min} - 180) / (2,2w_1^{\min} - 80) \text{ (3 балла)}$$

По условию, $1,6u_1 = u_2$. Следовательно:

$$1,6(3w_1^{\min} - 180) / (2w_1^{\min} - 80) = (3,3w_1^{\min} - 180) / (2,2w_1^{\min} - 80)$$

$$(2w_1^{\min} - 80)(3,3w_1^{\min} - 180) = (4,8w_1^{\min} - 288)(2,2w_1^{\min} - 80)$$

$$6,6w_1^{2\min} - 624w_1^{\min} + 14400 = 10,56w_1^{2\min} - 1017,6w_1^{\min} + 23040$$

$$-3,96w_1^{2\min} + 393,6w_1^{\min} - 8640 = 0 \text{ } (:(-12))$$

$$0,33w_1^{2\min} - 32,8w_1^{\min} + 720 = 0$$

$$D = 1075,84 - 4 \cdot 0,33 \cdot 720 = 125,44 = 11,2^2$$

$$w_1^{\min 1} = (32,8 + 11,2) / 0,66 = 66,7 \text{ золотых}$$

$$w_1^{\min 2} = (32,8 - 11,2) / 0,66 = 32,7 \text{ золотых.}$$

Т.к. $w^c = 60$ золотых, $w_1^{\min 2}$ не устраивает, следовательно, $w_1^{\min} = 66,7$ золотых.

(5 баллов за составление уравнения и определение минимальной ставки заработной платы)

Тогда численность безработных равна: $2 \cdot 66,7 - 80 - 100 + 66,7 = 20,1$ тысяч человек. **(1 балл)**

После увеличения минимальной ставки зарплаты $w_2^{\min} = 66,7 \cdot 1,1 = 73,37$ золотых. **(1 балл)**

Численность безработных после увеличения минимальной ставки заработной платы равна: $2 \cdot 73,37 - 80 - 100 + 73,37 = 40,1$ тысяч человек. **(1 балл)**

Ответ: А) построение графика;

Б) 20,1 тысяч человек; 40,1 тысяч человек.