

2 ТУР ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА. ЗАДАЧИ. 9 класс.

Время выполнения 180 минут.

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае - меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1 (20 баллов) «Ремонт кухни в семье Переделкиных»

Переделкины купили квартиру в новом доме и решили начать ремонт с кухни. Кухня имеет прямоугольную форму 5х4 метра, высота потолка 3 метра. На кухне установлено панорамное окно, занимающее всю площадь одной из стен длиной 4 метра и один дверной проём 2х1,2 метра. На семейном совете Переделкины обсудили дизайн-проект будущей кухни и сделали необходимые замеры:

- площадь поверхности стены для укладки керамической плитки составляет 8 м²;
- оставшаяся площадь стен будет оклеена обоями (обои универсальные, без подбора рисунка);
- на пол решили положить линолеум с встроенной звукоизоляционной/теплосберегающей подложкой и противоскользящими свойствами и декоративный плинтус;

– в компании «Правильный потолок» был оформлен заказ на изготовление и установку натяжного потолка с подсветкой по цене 800 рублей за м^2 .

Все необходимые материалы семья Переделкиных будет закупать в строительном магазине «Самоделкин». Мастер Василий согласился сделать ремонт за 4 дня при 7 часовом рабочем дне. Стоимость часа работы мастера 850 рублей в час.

Дополнительная информация о ценах в магазине «Самоделкин»:

5) Одна керамическая плитка площадью 400 см^2 стоит 260 рублей. При покупке более 150 плиток магазин предоставляет скидку 10%.

6) Рулон обоев шириной 1 метр и длиной 10 метров стоит 1500 рублей.

7) Стоимость линолеума шириной 4 метра – 3600 рублей за погонный метр, цена декоративного плинтуса 250 рублей за 2,5 метра.

8) Общая стоимость расходных вспомогательных материалов (грунтовка, обойный клей, клей для укладки плитки, кисти и другое) составила 5000 рублей.

А) Определите сумму расходов на покупку необходимого количества плитки, обоев, линолеума, плинтуса и прочих материалов. **(18 баллов)**

Б) Определите расходы на изготовление и установку натяжного потолка. **(1 балл)**

В) Определите стоимость работы мастера Василия. **(0,5 балла)**

Г) Определите общую сумму расходов на ремонт кухни семьи Переделкиных. **(0,5 балла)**

Решение:

А) Переведем площадь плитки из см^2 в м^2 , если $1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ см}^2$: $400/10000 = 0,04 \text{ м}^2$.

$8/0,04 = 200$ штук – необходимое количество плиток. **(3 балла)**

$260 - 260 \cdot 10\% = 234$ рубля – цена плитки с учетом скидки. **(1 балл)**

$200 \cdot 234 = 46800$ рублей – расходы на покупку плитки. **(1 балл)**

$2 \cdot 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 42 \text{ м}^2$ – общая площадь трех стен под поклейку обоев.

$2 \cdot 1,2 = 2,4 \text{ м}^2$ – площадь дверного проёма.

$42 - 8 - 2,4 = 31,6 \text{ м}^2$ – фактическая площадь стен под поклейку обоев. **(2 балла)**

$1 \cdot 10 = 10 \text{ м}^2$ – площадь одного рулона обоев.

$31,6:10 = 3,16$ рулона – расход обоев. Таким образом необходимое количество обоев – 4 рулона. **(3 балла)**

$4 \cdot 1500 = 6000$ рублей – расходы на покупку обоев. **(1 балл)**

$5 \cdot 3600 = 18000$ рублей – расходы на покупку линолеума. **(2 балла)**

$2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 - 1,2 = 16,8$ метра – необходимая длина декоративного плинтуса.

$16,8:2,5 = 6,7$ штук – расход плитуса. Следовательно, необходимо купить 7 плитусов. **(3 балла)**

$7 \cdot 250 = 1750$ рублей – расходы на покупку плитусов. **(1 балл)**

$46800 + 6000 + 18000 + 1750 + 5000 = 77550$ рублей – общая сумма расходов на покупку необходимых материалов. **(1 балл)**

Б) $5 \cdot 4 = 20 \text{ м}^2$ – площадь потолка.

$20 \cdot 800 = 16000$ рублей – расходы на изготовление и установку натяжного потолка. **(1 балл)**

В) $4 \cdot 7 \cdot 850 = 23800$ рублей – стоимость работы мастера Василия. **(0,5 балла)**

Г) $77550 + 16000 + 23800 = 117350$ рублей. **(0,5 балла)**

Ответ: А) 77550 рублей;

Б) 16000 рублей;

В) 23800 рублей;

Г) 117350 рублей.

Задача 2 (20 баллов) «М.Ю. Лермонтов и повышение производительности труда»

Строительная компания «СтройРегионСервис» в городе Бердске заканчивает строительство дома «М.Ю. Лермонтов» в микрорайоне «Поэзия». На облицовку плиткой подъезда дома ушло 18 дней. Руководство компании задумалось об улучшении условий труда и модернизации системы премирования работников за качество выполненной работы. Ожидается, что в результате проведенных мероприятий производительность труда повысится на 20%.

За сколько дней можно будет выполнить эту же работу в новых условиях?

Решение: Формула для расчета производительности труда:

Производительность труда = Объем выполненной работы/Затраты труда

Обозначим производительность труда при облицовке подъезда за ПТ (работа в день). Тогда за 18 дней было выполнено 18ПТ работы. **(5 баллов)**

Если производительность труда повысится на 20%, новая производительность будет 1,2ПТ. **(5 баллов)**

Определим, сколько дней потребуется, чтобы выполнить ту же работу 18ПТ с новой производительностью 1,2ПТ.

Затраты труда = Объем выполненной работы/ПТ

Затраты труда = $18\text{ПТ}/1,2\text{ПТ} = 18/1,2 = 15$ дней. **(10 баллов)**

Ответ: 15 дней.

Задача 3 (20 баллов) «Молодильные яблоки в Тридесятом царстве»

Старый Царь отправил своих сыновей Ивана и Степана на ярмарку в Тридесятое царство за молодильными яблоками. Царь заказал 5 яблок, а спрос князей и бояр, которые также сделали заказ на чудо-яблоки – 35 яблок. Спрос жителей Тридесятого царства и других гостей ярмарки на молодильные яблоки имеет вид: $Q_d = 570 - 5P$. Предложение яблок в Тридесятом царстве абсолютно неэластично: $Q_s = 400$, где P – цена одного яблока, злотиков, Q – количество яблок, штук.

У Ивана было 800 грошиков, а у Степана в 4 раза больше. На границе Тридесятого царства Баба Яга меняет грошики на местную валюту – злотики,

причем берет за обмен пошлину в размере 10% от суммы обмена. Валютный курс составляет 0,5 злотиков за один грошик.

А) Определите цену, по которой продаются молодильные яблоки на ярмарке Тридесятого царства. **(8 баллов)**

Б) Хватит ли у братьев денег на покупку молодильных яблок? **(6 баллов)**

В) Прогуливаясь по ярмарке братья увидели лавку с живой водой, которая продавалась по цене 5 злотиков за 100 мл. Какой объем живой воды смогут купить Иван и Степан, если у них еще останутся деньги после покупки молодильных яблок? **(3 балла)**

Г) Если Иван и Степан не будут покупать живую воду, то сколько грошиков они смогут обменять у Бабы Яги на обратной дороге. Курс изменился и составил 0,4 злотиков за один грошик? **(3 балла)**

Решение:

А) Определим рыночный спрос на молодильные яблоки:

$$Q_d \text{ рыночный} = 570 - 5P + 5 + 35 = 610 - 5P. \text{ (5 баллов)}$$

Определим равновесную цену на молодильные яблоки на ярмарке:

$$610 - 5P = 400$$

$P = 42$ злотика – равновесная цена молодильных яблок. **(3 балла)**

Б) $800 + 800 \cdot 4 = 4000$ грошиков – всего было у Ивана и Степана. **(1 балл)**

$4000 \cdot 0,5 = 2000$ злотиков – обменяла Баба Яга по курсу.

$2000 \cdot 10\% = 200$ злотиков – пошлина за обмен валюты.

$2000 - 200 = 1800$ злотиков – сумма денег у Ивана и Степана для покупки молодильных яблок. **(3 балла)**

$1800 : 42 = 42,8$ яблок – можно купить на ярмарке на имеющиеся деньги.

$5 + 35 = 40$ яблок – общий спрос на молодильные яблоки Царя, князей и бояр.

Следовательно, денег для покупки у братьев хватит. **(2 балла за расчет и вывод)**

В) $40 \cdot 42 = 1680$ злотиков – потратили Иван и Степан на покупку молодильных яблок.

$1800 - 1680 = 120$ злотиков – осталось у братьев после покупки. **(1 балл)**

$120 : 5 \cdot 100 = 2400$ мл или 2,4 литра – живой воды смогут купить братья. **(2 балла)**

Г) $120 : 0,4 = 300$ грошиков – обменяла Баба Яга по курсу. **(1 балл)**

$300 \cdot 10\% = 30$ грошиков – пошлина за обмен валюты.

$300 - 30 = 270$ грошиков – сумма денег у братьев после обмена. **(2 балла)**

Ответ: А) 42 злотика;

Б) денег для покупки молодильных яблок хватит;

В) 2400 мл или 2,4 литра; Г) 270 грошиков.

Задача 4 (20 баллов) «В мастерской Деда Мороза»

В мастерской Деда Мороза в течение рабочей недели снеговики Миша и Гриша изготавливают лыжи и санки. Миша за это время может сделать 10 пар лыж или 16 санок, а Гриша – 9 пар лыж или 12 санок. По совету Деда Мороза снеговики решили объединить свои усилия, чтобы успеть выполнить все заказы к Новому году.

А) Постройте общую КПВ снеговиков. **(6 баллов)**

Б) Из резиденции Деда Мороза поступил срочный заказ на 20 санок. Какое максимальное количество лыж смогут сделать снеговики, выполняя этот заказ? **(4 балла)**

В) Чему равны альтернативные затраты производства первых десяти санок; четырнадцати пар лыж? **(10 баллов)**

Решение:

А) Для удобства представим данные в виде таблицы.

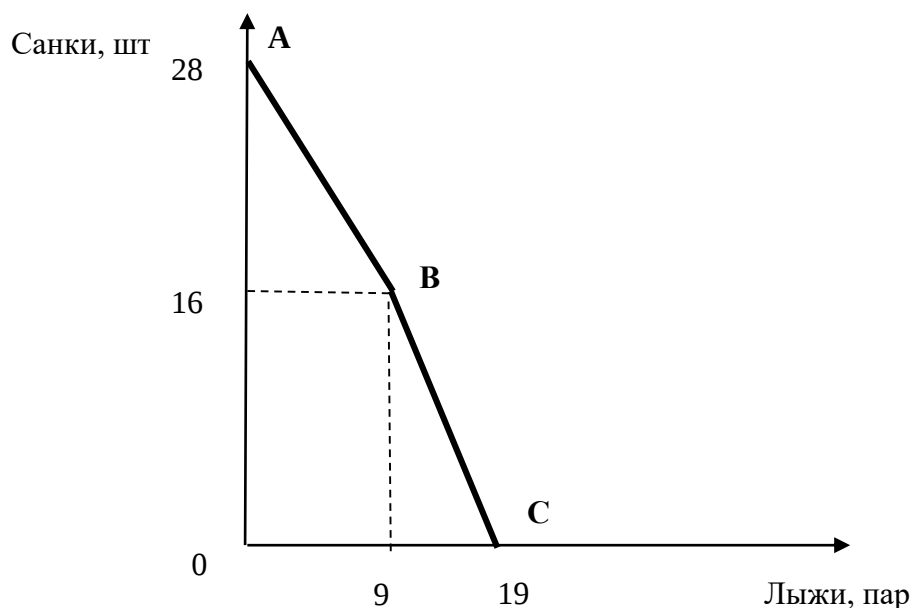
Снеговики	Лыжи	Санки	Альтернативная стоимость 1 пары лыж (количество санок)	Альтернативная стоимость 1 санок (пары лыж)
Миша	10	16	$8/5 = 1,6$	$5/8$
Гриша	9	12	$4/3 = 1,33$	$3/4 = 0,75$
Итого:	19	28		

Наименьшее значение альтернативной стоимости изготовления лыж имеет Гриша, следовательно, именно он должен изготавливать лыжи первым, затем к нему присоединится Миша, т.к. он делает лыжи с наибольшим значением альтернативной стоимости изготовления лыж. Миша начинает работу с изготовления санок. **(за расчет альтернативной стоимости для каждого снеговика и верный вывод 2 балла)**

Построим КПВ снеговиков. Для этого составим таблицу.

	А	В	С
Лыжи	0	9	19
Санки	28	16	0

Перенесем данные таблицы на график **(4 балла)**.



Б) Для того, чтобы выполнить срочный заказ Миша будет делать санки все время и изготовит 16 санок. 4 оставшихся санок будет делать Гриша, однако не все время, а только то, что требуется на изготовление 4 санок. Альтернативная стоимость изготовления 1 санок для Гриши составляет $\frac{3}{4}$ пары лыж, следовательно, в оставшееся время он мог бы сделать 4 санок или 3 пары лыж. Таким образом,

Гриша сможет сделать только 6 пар лыж (9 – 3). **(4 балла за верный ответ, подкрепленный выводом и/или расчетом)**

В) Десять санок будет делать Миша, альтернативная стоимость производства первых десяти санок равна 6,25 пар лыж ($10 \cdot 5/8 = 6,25$). **(4 балла)**

Из четырнадцати пар лыж 9 пар будут сделаны Гришей, остальные 5 пар Мишей. Альтернативные затраты производства 14 пар лыж будут складываться из альтернативных затрат 9 пар лыж, сделанных Гришей, т.е. 12 санок ($9 \cdot 4/3 = 12$), и альтернативных затрат 5 пар лыж, сделанных Мишей, т.е. 8 санок ($5 \cdot 8/5 = 8$). Таким образом, альтернативные затраты производства 14 пар лыж равны 20 санкам. **(6 баллов)**

Ответ: А) построение КПВ;

Б) 6 пар лыж;

В) 6,25 пар лыж; 20 санок.

Задача 5 (20 баллов) «Богатства Кощея»

Кощей Бессмертный хранил свои богатства в двух пещерах на Черной горе, в каждой из которых было 60 мешков валюты, при этом, в 21 мешке были тугрики, а в остальных – багрики. Соловей-Разбойник охранял богатства Кощея в первой пещере, а Тугарин Змей во второй. За хранение одного мешка с тугриками Кощей платил 2 золотых в месяц, а за хранение одного мешка с багриками 5 золотых в месяц.

А) Сколько мешков с тугриками и багриками было в каждой пещере, если известно, что в первой пещере на один мешок с тугриками приходилось в три раза больше мешков с багриками, чем во второй. **(18 баллов)**

Б) Сколько зарабатывают за месяц Соловей-Разбойник и Тугарин Змей за выполнение своей работы? **(2 балла)**

Решение:

А) Для удобства представим условие задачи в таблице.

1 пещера	2 пещера
Всего 60 мешков	Всего 60 мешков
Пусть x – количество мешков с тугриками	$(21 - x)$ – количество мешков с тугриками
$(60 - x)$ – количество мешков с багриками	$60 - (21 - x) = 39 + x$ – количество мешков с багриками

Запишем соотношение между запасами мешков с тугриками и багриками в пещерах по условию задачи. **(5 баллов за правильное составление соотношения)**

$$x/(60-x):(21-x)/(39+x) = 1:3$$

$$x/(60-x) \cdot (39+x)/(21-x) = 1/3$$

$$x(39+x)/(60-x) \cdot (21-x) = 1/3$$

$$(39x + x^2)/(1260 - 81x + x^2) = 1/3$$

$$117x + 3x^2 = 1260 - 81x + x^2$$

$$2x^2 + 198x - 1260 = 0$$

$$x^2 + 99x - 630 = 0$$

$$D = 9801 - 4 \cdot (-630) = 12321$$

$$x = (-99 + 111)/2 = 6 \text{ мешков с тугриками было в первой пещере.}$$

(5 баллов за составление и 5 баллов за решение квадратного уравнения)

$21 - 6 = 15$ мешков с тугриками было во второй пещере. **(1 балл)**

$60 - 6 = 54$ мешка с багриками было в первой пещере. **(1 балл)**

$39 + 6 = 45$ мешков с багриками было во второй пещере. **(1 балл)**

Б) $6 \cdot 2 + 54 \cdot 5 = 282$ золотых – заработок Соловья-Разбойника. **(1 балл)**

$15 \cdot 2 + 45 \cdot 5 = 255$ золотых – заработок Тугарина Змея. **(1 балл)**

Ответ: А) в первой пещере 6 мешков с тугриками и 54 мешка с багриками; во второй пещере 15 мешков с тугриками и 45 мешков с багриками;

Б) 282 золотых; 255 золотых.