

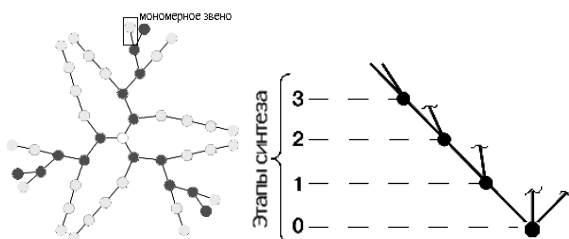


**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Математика. Вариант III**

Задача 1. РНК и вероятность (5 баллов)

В ходе эксперимента были синтезированы набор из всех теоретически возможных линейных фрагментов РНК, состоящих из 2 нуклеотидов **С**, 4 нуклеотидов **U** и 3 нуклеотидов **G**. Какова вероятность, что случайно выбранный из такого набора фрагмент РНК будет иметь структуру **CCUUUUGGG**? Последовательность нуклеотидов несимметрична, то есть имеет начало и конец.

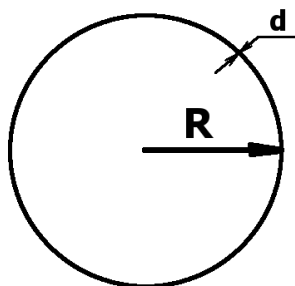
Задача 2. Гибридный дендример (5 баллов)



Рассмотрим синтез некоторого разветвленного полимера, в котором к центральному звену **A** на первом этапе присоединяется три мономерных звена **B**. На всех последующих этапах к звену **B** может присоединяться два новых звена, равновероятно, либо **B**, либо **C**, а к звену **C** может присоединяться только звено **C**. Присоединение возможно только к звеньям, присоединившимся на предыдущем этапе синтеза.

1. Выведите зависимость общего числа звеньев **B** и общего числа звеньев **C** в зависимости от числа этапов синтеза. **(3,5 балла)**
2. До какого номера этапа включительно доля звеньев **B** среди всех звеньев, составляющих полимер, будет больше 5%? **(1,5 балла)** При расчете доли звеньев **B** в полимере наличием центрального звена **A** пренебречь.

Задача 3. Липосомы (5 баллов)



Липосомы – сферические «пузырьки», заполненные жидкостью, стенки которых состоят из липидов. Для получения липосом в две одинаковые колбы с водой объемом $V_0 = 100$ мл добавили по $V_L = 0,2$ мл некоторого липида. После обработки ультразвуком в первой колбе образовались липосомы радиуса $R_1 = 40$ нм, а во второй – $R_2 = 80$ нм.

Рассчитайте объемную долю липосом в первой $\omega_1(\%)$ и во второй $\omega_2(\%)$ колбе, а также соотношение этих объемных долей, если толщина стенок липосом составляет $d = 4$ нм (рис.). При расчетах считать $\pi = 3,1$.

Задача 4. Развертка фуллерена (10 баллов)

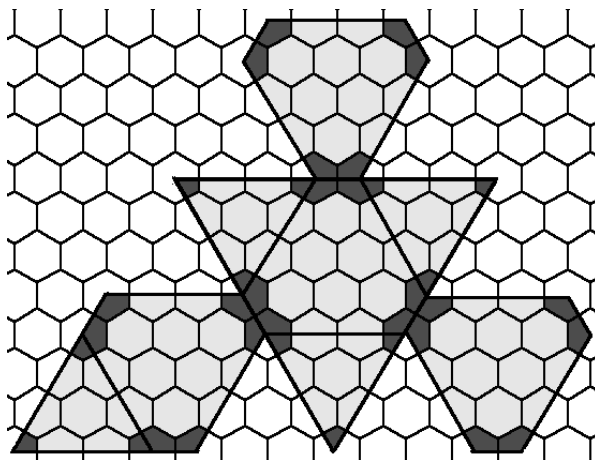


Рис. 1. Развертка фуллерена¹ X на графеновой плоскости. Более темным цветом отмечены области, формирующие пятиугольники.

Рассмотрим развертку А (рис. 1), отвечающую некоторому фуллерену¹ X, все пятиугольники в котором сгруппированы попарно. Края такой развертки перпендикулярны ребрам шестиугольников.

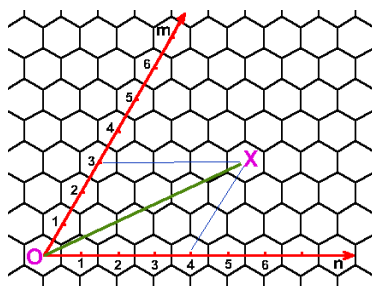
1. Из скольких атомов углерода состоит X? Сколько шестиугольников в его структуре? (2 балла)

¹Фуллерен – каркасная углеродная молекула, которую можно представить как выпуклый многогранник, состоящий из правильных пяти- и шестиугольников, в вершинах которого сходятся по три ребра.

Если **A** вырезать по контуру и склеить по линиям разреза, то получится многогранник **Y**, у которого имеется два типа граней (треугольные и шестиугольные) и два типа ребер: тип I – принадлежащие только шестиугольным граням многогранника **Y** и тип II – общие как для треугольных, так и для шестиугольных граней.

2. Чему равно число граней и ребер каждого из типов в **Y**? **(1,5 балла)** Усечением какого Платонова тела он может быть получен? **(0,5 балла)**
3. Какой многогранник получится, если соединить между собой середины ребер I типа? **(2 балла)**

Рассмотрим ряд фуллеренов, каждый из которых можно представить на графеновой плоскости в виде развертки, отличающейся от **A** только длиной ребер II типа. Эти развертки можно однозначно задать, определив пару чисел (n, m) , отвечающую такому ребру (рис. 2).



*Рис. 2. Взаимное расположение пары шестиугольников (отмечены точками **O** и **X**) на графеновом листе описывается двумя целыми неотрицательными числами (n, m) , которые являются координатами центра одного из шестиугольников относительно центра другого в «скошенной» системе координат. На рисунке приведен пример для $(4, 3)$.*

4. Выведите зависимость общего числа атомов **N** в фуллеренах этого ряда от (n, m) . **(3 балла)**
5. Установите (n, m) для фуллерена **X**. **(0,5 балла)**
6. Рассчитайте **N** для самого маленького фуллерена этого ряда. **(0,5 балла)**