



Олимпиада школьников «Ломоносов». 2024/25 учебный год.
Задания заключительного этапа по высоким технологиям.
11 класс. Вариант 1

Задача 1. Молибденовая синь (5 баллов)

Восстановлением ортомолибдата калия можно получить соединение **А**, которое используется в качестве синего пигмента или катализатора. Термический анализ показал, что нагревание соединения **А** в инертной атмосфере приводит к уменьшению массы исследуемого образца на 2.5% и образованию бинарного соединения **В**. Нагревание соединения **В** в атмосфере водорода приводит к уменьшению массы образца ещё на 31.8%. В обоих случаях выделяется газообразный продукт **С** с молярной массой 18 г/моль.

1. Установите формулы молибденовой сини **А**, а также веществ **В** и **С**. Подтвердите расчетом. Атомные массы элементов округляйте до целых.

Задача 2. Алмазная память (5 баллов)

Группа ученых использовала кристалл алмаза для записи и надежного длительного хранения информации. Для этого фемтосекундным лазером внутри кристалла создается упорядоченный массив микрополостей (МП) фиксированных размеров, которые затем подсвечиваются еще одним лазером, а размер («яркость») каждой МП послойно считывается при помощи микроскопа (рис. 1.).

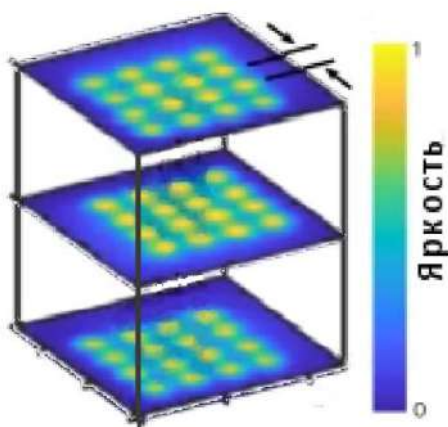


Рис. 1. Пример визуализации данных в кристалле алмаза, полученной при помощи лазера и микроскопа. Отвечающие данным МП расположены слоями, а их центры внутри слоя размещены друг относительно друга как вершины квадрата.

1. Какой объем информации кодирует одна МП, если такой метод позволяет записать и различить при чтении 8 разных размеров МП (включая нулевой размер)?
2. Рассчитайте, сколько информации (в гигабайтах) поместится в алмазе весом 1 карат (200 мг), если плотность алмаза составляет 3.5 г/см³, а расстояние между соседними слоями и центрами МП в одном слое составляют 1 мкм и 460 нм, соответственно.

Считайте, что 1 кБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 кБ, 1 ГБ = 1024 МБ, 1 ТБ = 1024 ГБ.

Задача 3. Спутники связи (6 баллов)

Спутниковая связь существует уже десятилетия. Однако, в последнее время вырос интерес к высокоскоростному спутниковому интернету. Этот доступ обеспечивается большим числом спутников связи, имеющих низкую орбиту.

1. Полагая орбиту круговой, найдите период обращения такого спутника T , если высота орбиты над поверхностью Земли $h = 500$ км. Радиус Земли $R = 6400$ км. Масса Земли $M_3 = 6.0 \cdot 10^{24}$ кг.
2. Какое минимальное количество спутников N нужно вывести на орбиту, чтобы обеспечивать непрерывное соединение? Считайте, что спутник находится в зоне видимости $\tau = 10$ мин.
3. Чему равно время распространения радиосигнала до поверхности Земли от низкоорбитального спутника $t_{\text{сигнала}}$?

Задача 4. Дорогой металл (6 баллов)

Металл **X** в 19 веке ценился дороже золота. Для получения **X** металлический натрий сплавляли с веществом **Y**, содержащим 8.74% элемента **X** по массе. Вещество **Y** получали из поваренной соли и хлорида элемента **X**, содержащего 20.22% **X** по массе.

1. Определите неизвестные вещества.
2. Запишите уравнения двух реакций.

Задача 5. Изотопы (6 баллов)

В природе углерод состоит из смеси атомов, 98.9% которых – легкий изотоп ^{12}C , а 1.1% – атомы тяжелого изотопа ^{13}C . Для веществ с небольшим числом атомов углерода, доля «тяжелых» молекул (то есть, содержащих хотя бы один атом ^{13}C в своем составе) невелика, но с ростом числа атомов углерода в молекуле она возрастает, и для таких полимеров, как белки и ДНК, «тяжелые» молекулы становятся преобладающими.

1. Определите число звеньев n для природного полимера – полиглицина Gly_n , если известно, что доля его молекул, не содержащих ^{13}C , равна $P = 80\%$, а одно звено содержит два атома углерода.
2. Рассчитайте, чему для этого значения n равна доля молекул Gly_n , в которых содержится ровно один атом ^{13}C ?

Задача 6. Экзосомы (7 баллов)

В клетки эндотелия мыши генноинженерным способом был встроен ген химерного белка, объединяющий антитело к белку А и зеленый флуоресцентный белок (GFP). Химерный белок антиА+GFP заякоривается во внутреннем монослое плазматической мембраны клеток.

Известно, что клетки эндотелия могут образовывать экзосомы – наноразмерные везикулы, которые отпочковываются внутрь эндосом, формируя мультивезикулярное тельце, которое затем сливается с плазматической мембраной клетки, выбрасывая содержащиеся в нем экзосомы наружу.

1. Среду инкубации, содержащую экзосомы, добавили к фибробластам мыши, имеющим на внешней поверхности плазматической мембраны белок А. Будет ли наблюдаться флуоресценция фибробластов при освещении их синим светом (длина волны 473 нм)? Объясните ответ, опишите, какие события происходят и где локализован химерный белок антиА+GFP на всех этапах эксперимента.

Задача 7. Благородные газы (7 баллов)

Полый цилиндрический сосуд объёмом $V = 1.331$ л разделён жёсткой непроницаемой перегородкой, которая может перемещаться без трения вдоль оси. Полость слева от перегородки заполнили аргоном (Ar), а справа – гелием (He). Масса каждого газа равна $m = 0.198$ г, температура $T = 298$ К.

1. Определите объём полости V_{Ar} , заполненной аргоном, после установления в системе равновесия.
2. Рассчитайте давление гелия p_{He} после установления в системе равновесия.

Задача 8. Популяции (8 баллов)

На планете X2345-L 10 тысяч лет назад из-за землетрясения возник перешеек между двумя континентами. В результате с материка Зея на материк Панацея переселилось около 20000 овцебыков (популяция А). Через год в результате второго землетрясения перешеек опустился ниже уровня моря, и популяция овцебыков была отрезана от основной популяции. В течение первых 10 лет наблюдался рост популяции до 160000 особей. Однако затем в результате резкого потепления и засухи на Панацее количество овцебыков сократилось до 1000 особей. Через 100 лет после этого события популяция овцебыков на Панацее насчитывала уже около 32 млн особей (популяция Б).

1. Какие из описанных факторов привели к резким изменениям численности популяции? Объясните.
2. Как вы считаете, вырос или сократился генофонд популяции, когда она стала насчитывать 32 млн особей (популяция Б), по сравнению с 20000 овцебыков, которые пересекли перешеек (популяция А)? Объясните.
3. Какая из этих двух популяций (А или Б) более устойчива к болезням? Объясните.
4. Изначально популяция овцебыков имела только один фенотип по цвету шерсти – серую окраску. Затем, уже на Панацее, появился второй фенотип овцебыков, у которых наблюдались большие неокрашенные области (выглядевшие как белые пятна), сформированные, главным образом, в области живота (белое пузичко), кроме того, существуют неподтвержденные данные существования очень редкой особи – белого овцебыка. В популяции Б наблюдали 1000 овцебыков, из них только 1 был серо-белым, а остальные серые. Не было обнаружено значимых отличий в жизнеспособности овцебыков с разной окраской. Является ли данная популяция идеальной или очень близкой к ней? Ответ поясните.

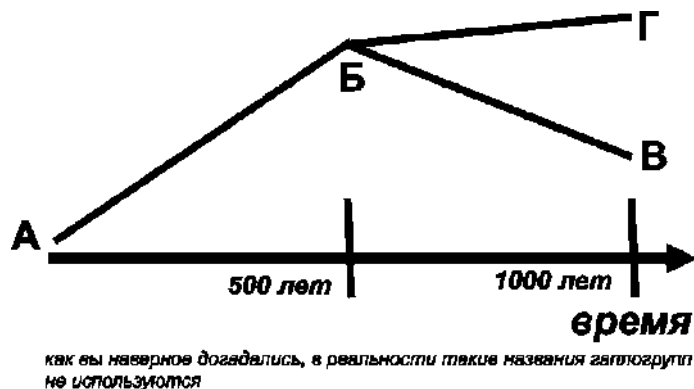
Задача 9. Гаплогруппы (10 баллов)

Гаплотип – это совокупность определенных участков ДНК на одной хромосоме, которые наследуются вместе. Для исследований в области генетической истории человечества обычно используют участки Y-хромосомы (Y-ДНК-гаплотип) и митохондриальной ДНК (мтДНК-гаплотип). Y-ДНК-гаплотип наследуется по отцовской линии и передается от отца к сыну в неизменном виде. мтДНК-гаплотип наследуется строго по материнской линии.

Гаплогруппа — группа гаплотипов, имеющих общего предка, у которого произошла мутация, унаследованная всеми потомками. Скорость накопления мутаций не очень велика, зависит от выбранных маркеров и постоянна. Соответственно, каждая новая гаплогруппа содержит мутации, появившиеся в гаплогруппах-предшественниках, т.е. у новых гаплогрупп больше мутаций. Заметим, что все основные гаплогруппы сформировались несколько тысяч лет назад, хотя появление новых мутаций регистрируется постоянно. Любопытно, что при использовании стандартных правил маркировки названия Y-ДНК и мтДНК могут совпадать, хотя они используются для совершенно разных гаплогрупп.

Сопоставляя информацию о мутациях в гаплогруппах с археологическими исследованиями, можно получить информацию о миграциях человеческих популяций.

1. У мужчины с гаплогруппой R1a1a (Y-ДНК) и гаплогруппой N1A (мтДНК) и женщины с гаплогруппой R1a1a родились близнецы – мальчик и девочка. Что вы можете сказать о гаплогруппах их детей? Считаем, что у детей не возникло серьезных нарушений в гаплогруппах.
2. Средняя скорость мутации на гаплотип на поколение составляет 0.15. Рассчитайте количество пар нуклеотидов в гаплотипе, если скорость мутагенеза на поколение у этих особей составляла 1 мутацию на 10^8 пар нуклеотидов, а весь геном составляет $3.2 \cdot 10^9$ пар нуклеотидов (напоминаем, что скорость накопления мутаций, ν , определяется по формуле $\nu = N/2t$, где N - количество мутаций, t - время, прошедшее после расхождения).
3. Два гаплотипа различаются между собой на 3 мутации. Определите, сколько лет назад они разошлись от общего предка (длительность поколения – 25 лет, скорость мутации гаплотипа можно взять из предыдущей задачи).
4. Однажды на севере археологи обнаружили хорошо сохранившееся поселение, в котором было обнаружено большое количество непогребенных тел людей разных возрастов и пола. Независимая датировка показала, что это произошло около тысячи лет назад. Удалось получить ДНК этих людей. Она содержала гаплогруппу А (Y-ДНК) и гаплогруппу Д (мтДНК). Ученые также сделали тест на гаплогруппы в небольшом селении недалеко от мест раскопок и установили, что в поселке у жителей присутствуют гаплогруппы Г (Y-ДНК) и Д (мтДНК). Время расхождения гаплогрупп показано на рисунке.



Есть ли какая-то связь между жителями современного и раскопанного археологами поселков?

Задача 10. Радиохирurgia (12 баллов)

Одной из областей современной медицины является радиохирurgia, то есть облучение высокой дозой излучения патологического участка с целью его деструкции без традиционного хирургического вмешательства. По типу используемого излучения различают две системы: Гамма-нож и Кибернож. Источником излучения в Гамма-ноже является ^{60}Co , распадающийся с выделением γ -кванта (период полураспада ^{60}Co равен $T = 5.27$ лет, энергия γ -кванта равна $W_\gamma = 1.33$ МэВ). Кибернож подразумевает облучение ускоренными электронами.

1. Сколько месяцев может проработать Гамма-нож без замены источников γ -излучения, если минимально допустимое содержание ^{60}Co равно $m = 21.21$ мг? Содержание ^{60}Co в новом источнике равно $M = 25.00$ мг.
2. Определите скорость электронов в Киберноже v , если ускоряющее напряжение равно $U = 1.33$ МВ.
3. Рассчитайте длину волны γ -кванта в Гамма-ноже λ_γ , длину волны де Бройля электрона в Киберноже λ_e и найдите их отношение $k = \lambda_\gamma / \lambda_e$.

Задача 11. Усеченный тетраэдр (14 баллов)

Рассмотрим такой фуллерен*, что:

- многогранник X , отвечающий ему, имеет 2024 шестиугольных грани;
- центры пятиугольных граней X лежат в вершинах усеченного тетраэдра Y ;
- общее число атомов углерода в этом фуллерене задается формулой $N = 4n_1^2 - 8n_2^2$ **;
- $n_1 + n_2 = 39$.

1. Сколько пятиугольных граней в X ? Чему равно общее число вершин N в X ?
2. Каковы значения параметров n_1 и n_2 ?
3. Чему равны длины ребер (в нм) усекаемого и отсекаемых тетраэдров, формирующих Y ? Считайте, что длина связи $\text{C}-\text{C}$ составляет $a = 0.14$ нм.

4. Оцените размер (в нм) внутренней полости фуллерена как максимальный диаметр сферы, которую можно разместить внутри **Y**. Обоснуйте, почему именно эта сфера является максимально возможной для **Y**. Размерами атомов углерода можно пренебречь.

*Фуллерены – углеродные молекулы, имеющие форму выпуклого многогранника, состоящего из правильных пяти- и шестиугольников, в вершинах которого сходятся по три ребра.

Параметры n_1 и n_2 являются координатами двух отрезков на графеновом листе*. Эти отрезки отвечают ребрам усекаемого и отсекаемых тетраэдров, формирующих **Y**, соответственно: $[(n_1, 0) (n_2, 0)]$. Опираясь на эти координаты, можно построить развертку **X** на листе графена.

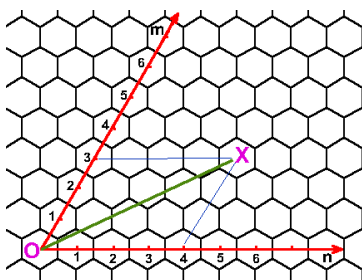


Рис. Взаимное расположение пары шестиугольников (их центры отмечены точками **O** и **X**) на графеновом листе описывается двумя целыми неотрицательными числами (n , m), которые являются координатами центра одного из шестиугольников относительно центра другого в «скошенной» системе координат. На рисунке приведен пример для (4, 3).

Вспомогательная информация:

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где **V**, **E**, **F** – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

Задача 12. Керамика и смазочный материал (14 баллов)

Наноструктурированное вещество **X**, 10.0 г которого содержит $2.91 \cdot 10^{24}$ электронов, используют для производства высокотемпературной керамики и высокотемпературных смазочных материалов. Для получения **X** высокотемпературному сжиганию подвергали смесь простого вещества **Y**, вещества **Z**, являющегося продуктом окисления **Y** концентрированной азотной кислотой, и реагента **M**, представляющего собой бинарное соединение. Вещества **Y**, **Z** и **M** вступают в реакцию в мольном отношении 17:1:6. Известно, что **M** при нагревании в инертной атмосфере разлагается со взрывом, причем из 1.000 г **M** образуется 0.354 г натрия и 517 мл (н.у.) газа **Z**.

1. Установите формулы веществ **X**, **Y**, **Z** и **M**. Подтвердите расчетом.

2. Напишите уравнения трех реакций.

Список констант

Скорость света $c = 3.0 \cdot 10^8$ м/с

Постоянная Планка $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

Заряд электрона: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл,

Масса электрона: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг

Масса нуклона: $m_n = 1.7 \cdot 10^{-27}$ кг

Гравитационная постоянная $G = 6.7 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг·с²)

Универсальная газовая постоянная $R = 8.3$ Дж/(моль·К)