

Задача по математике. Цеолитный пучок (6 баллов)**Вариант 1**

Одна из разновидностей цеолитов – эрионит – представляет собой совокупность очень тонких и длинных волокон, собранных в плотные пучки.

Оцените средний диаметр пор в таком пучке, если на один грамм материала приходится площадь пор, равная $S = 20 \text{ м}^2$, и объем пор, равный $V = 0,15 \text{ мл}$.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 1

Для оценки будем считать, что все поры имеют форму цилиндра. На один грамм эрионита приходится площадь, равная боковой поверхности цилиндрических пор совокупной длиной L :

$$S = \pi dL,$$

а также объем

$$V = \pi d^2 L / 4.$$

Их отношение равно

$$V/S = (\pi d^2 L / 4) / (\pi d L) = d/4.$$

Тогда

$$d = 4V/S$$

$$d = 4 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 / 20 \text{ м}^2 = 30 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 30 \text{ нм}.$$

Вариант 2



Одна из разновидностей цеолитов – эрионит – представляет собой совокупность очень тонких и длинных волокон, собранных в плотные пучки.

Оцените средний диаметр пор в таком пучке, если на один грамм материала приходится площадь пор, равная $S = 25 \text{ м}^2$, и объем пор, равный $V = 0,20 \text{ мл}$.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 2

Для оценки будем считать, что все поры имеют форму цилиндра. На один грамм эрионита приходится площадь, равная боковой поверхности цилиндрических пор совокупной длиной L :

$$S = \pi dL,$$

а также объем

$$V = \pi d^2 L / 4.$$

Их отношение равно

$$V/S = (\pi d^2 L / 4) / (\pi d L) = d/4.$$

Тогда

$$d = 4V/S$$

$$d = 4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 / 25 \text{ м}^2 = 32 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 32 \text{ нм}.$$

Вариант 3



Одна из разновидностей цеолитов – эрионит – представляет собой совокупность очень тонких и длинных волокон, собранных в плотные пучки. Оцените средний диаметр пор в таком пучке, если на один грамм материала приходится площадь пор, равная $S = 20 \text{ м}^2$, и объем пор, равный $V = 0,20 \text{ мл}$.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 3

Для оценки будем считать, что все поры имеют форму цилиндра. На один грамм эрионита приходится площадь, равная боковой поверхности цилиндрических пор совокупной длиной L :

$$S = \pi d L,$$

а также объем

$$V = \pi d^2 L / 4.$$

Их отношение равно

$$V/S = (\pi d^2 L / 4) / (\pi d L) = d/4.$$

Тогда

$$d = 4V/S$$

$$d = 4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 / 20 \text{ м}^2 = 40 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 40 \text{ нм}.$$

Вариант 4



Одна из разновидностей цеолитов – эрионит – представляет собой совокупность очень тонких и длинных волокон, собранных в плотные пучки. Оцените средний диаметр пор в таком пучке, если на один грамм материала приходится площадь пор, равная $S = 25 \text{ м}^2$, и объем пор, равный $V = 0,15 \text{ мл}$.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 4

Для оценки будем считать, что все поры имеют форму цилиндра. На один грамм эрионита приходится площадь, равная боковой поверхности цилиндрических пор совокупной длиной L :

$$S = \pi dL,$$

а также объем

$$V = \pi d^2 L / 4.$$

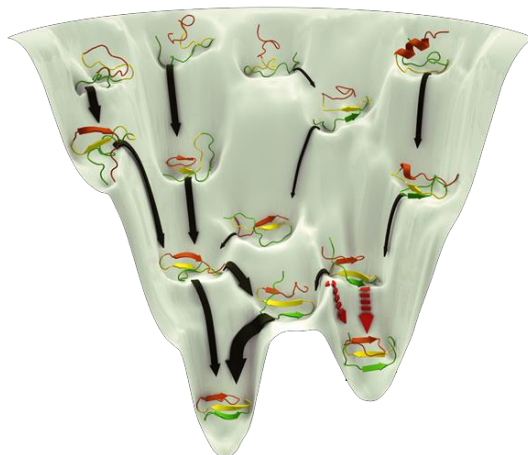
Их отношение равно

$$V/S = (\pi d^2 L / 4) / (\pi d L) = d/4.$$

Тогда

$$d = 4V/S$$

$$d = 4 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 / 25 \text{ м}^2 = 24 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 24 \text{ нм}.$$

Задача по математике. Парадокс Левинталя (8 баллов)**Вариант 1**

В 2024 году Нобелевской Премией по химии были отмечены исследования, посвященные предсказанию итоговой формы при сворачивании белковой цепочки.

Одной из теоретических проблем, возникающих при рассмотрении процесса сворачивания белка, является Парадокс Левинталя. Он состоит в том, время, необходимое, чтобы белковая цепочка нашла свою оптимальную структуру путем полного перебора всех возможных вариантов, значительно больше наблюдаемого времени сворачивания белка (миллисекунды или секунды).

1. Белковую молекулу можно представить как цепочку из аминокислотных остатков. Рассчитайте, сколько вариантов структуры существует для белковой молекулы длиной 100, если каждый из ее аминокислотных остатков может независимо принимать 8 пространственных вариантов структуры? (4 балла)
2. Считая, что белок может менять свою пространственную структуру каждые 10^{-13} секунд, рассчитайте, сколько времени займет полный перебор всех возможных конформаций для белка из пункта 1, если цепочка последовательно переберет все возможные варианты своей пространственной структуры? Сравните полученную величину с временем существования Вселенной (13,8 миллиарда лет). (3 балла)
3. Как изменится время перебора всех возможных конформаций белка, при увеличении его длины вдвое? (1 балл)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 1

1. Поскольку вариант структуры каждого из аминокислотных остатков в белковой молекуле длиной $A = 100$ можно выбрать одним из 8 способов ($B = 8$), то общее число вариантов структуры белка P равно числу 8, умноженному самому на себя 100 раз:

$$P = B \cdot B \cdot B \cdot B \cdot \dots \cdot B \cdot B = B^A$$

$$\text{То есть, } P = 8^{100} \approx 2,0 \cdot 10^{90}.$$

2. Суммарное время, T , необходимое для перебора всех возможных вариантов структуры, составляет

$$T = B^A \cdot t$$

$$T = 8^{100} \cdot 10^{-13} \text{ (с)} = 8^{100} \cdot 10^{-13} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) \approx 6,5 \cdot 10^{69} \text{ лет}$$

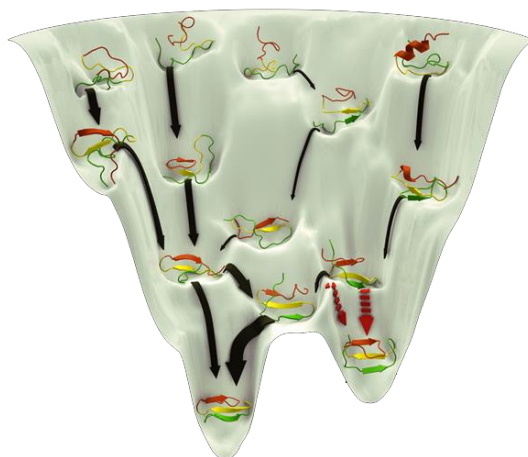
$$\text{(приблизённый расчет } T \approx 2,0 \cdot 10^{90} \cdot 10^{-13} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) = 6,3 \cdot 10^{69} \text{ лет)}$$

Что в $6,5 \cdot 10^{69} / 13,8 \cdot 10^9 = 4,7 \cdot 10^{59}$ раз больше, чем возраст Вселенной.

3. При увеличении длины белковой молекулы в два раза, время, необходимое на перебор всех возможных вариантов структуры, T_2 , увеличится в $B^A = 2,0 \cdot 10^{90}$ раз:

$$T_2 = T_1 \cdot B^A = B^{2A} \cdot t$$

Вариант 2



В 2024 году Нобелевской Премией по химии были отмечены исследования, посвященные предсказанию итоговой формы при сворачивании белковой цепочки.

Одной из теоретических проблем, возникающих при рассмотрении процесса сворачивания белка, является Парадокс Левинталя. Он состоит в том, время, необходимое, чтобы белковая цепочка нашла свою оптимальную структуру путем полного перебора всех возможных вариантов, значительно больше наблюдаемого времени сворачивания белка (миллисекунды или секунды).

1. Белковую молекулу можно представить как цепочку из аминокислотных остатков. Рассчитайте, сколько вариантов структуры существует для белковой молекулы длиной 150, если каждый из ее аминокислотных остатков может независимо принимать 10 пространственных вариантов структуры? (4 балла)
2. Считая, что белок может менять свою пространственную структуру каждые 10^{-13} секунд, рассчитайте, сколько времени займет полный перебор всех возможных конформаций для белка из пункта 1, если цепочка последовательно переберет все возможные варианты своей пространственной структуры? Сравните полученную величину с временем существования Вселенной (13,8 миллиарда лет). (3 балла)

3. Как изменится время перебора всех возможных конформаций белка, при увеличении его длины вдвое? (1 балл)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 2

1. Поскольку вариант структуры каждого из аминокислотных остатков в белковой молекуле длиной $A = 150$ можно выбрать одним из 10 способов ($B = 10$), то общее число вариантов структуры белка P равно числу 10, умноженному самому на себя 150 раз:

$$P = B \cdot B \cdot B \cdot \dots \cdot B \cdot B = B^A$$

$$\text{То есть, } P = 10^{150}.$$

2. Суммарное время, T , необходимое для перебора всех возможных вариантов структуры, составляет

$$T = B^A \cdot t$$

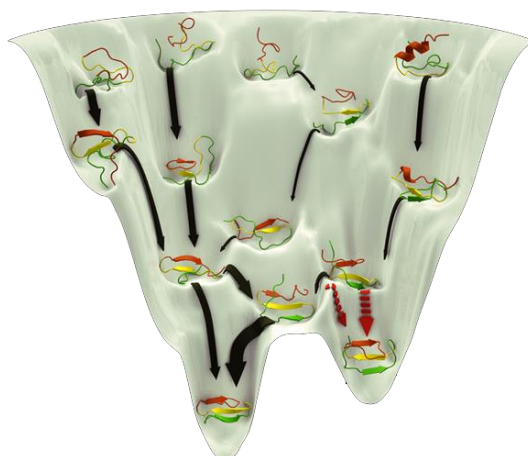
$$T = 10^{150} \cdot 10^{-13} \text{ (с)} = 10^{137} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) \approx 3,2 \cdot 10^{129} \text{ лет}$$

Что в $3,2 \cdot 10^{129} / 13,8 \cdot 10^9 = 2,3 \cdot 10^{119}$ раз больше, чем возраст Вселенной.

3. При увеличении длины белковой молекулы в два раза, время, необходимое на перебор всех возможных вариантов структуры, T_2 , увеличится в $B^A = 10^{150}$ раз:

$$T_2 = T_1 \cdot B^A = B^{2A} \cdot t$$

Вариант 3



В 2024 году Нобелевской Премией по химии были отмечены исследования, посвященные предсказанию итоговой формы при сворачивании белковой цепочки.

Одной из теоретических проблем, возникающих при рассмотрении процесса сворачивания белка, является Парадокс Левинталя. Он состоит в том, время, необходимое, чтобы белковая

цепочка нашла свою оптимальную структуру путем полного перебора всех возможных вариантов, значительно больше наблюдаемого времени сворачивания белка (миллисекунды или секунды).

1. Белковую молекулу можно представить как цепочку из аминокислотных остатков. Рассчитайте, сколько вариантов структуры существует для белковой молекулы длиной 150, если каждый из ее аминокислотных остатков может независимо принимать 8 пространственных вариантов структуры? (4 балла)
2. Считая, что белок может менять свою пространственную структуру каждые 10^{-13} секунд, рассчитайте, сколько времени займет полный перебор всех возможных конформаций для белка из пункта 1, если цепочка последовательно переберет все возможные варианты своей пространственной структуры? Сравните полученную величину с временем существования Вселенной (13,8 миллиарда лет). (3 балла)
3. Как изменится время перебора всех возможных конформаций белка, при увеличении его длины вдвое? (1 балл)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 3

1. Поскольку вариант структуры каждого из аминокислотных остатков в белковой молекуле длиной $A = 150$ можно выбрать одним из 8 способов ($B = 8$), то общее число вариантов структуры белка P равно числу 8, умноженному самому на себя 150 раз:

$$P = B \cdot B \cdot B \cdot B \cdot \dots \cdot B \cdot B = B^A$$

$$\text{То есть, } P = 8^{150} \approx 2,9 \cdot 10^{135}.$$

2. Суммарное время, T , необходимое для перебора всех возможных вариантов структуры, составляет

$$T = B^A \cdot t$$

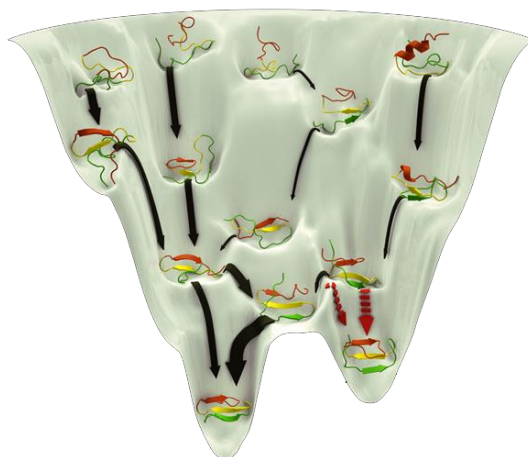
$$T = 8^{150} \cdot 10^{-13} \text{ (с)} = 8^{150} \cdot 10^{-13} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) \approx 9,2 \cdot 10^{114} \text{ лет}$$

$$(\text{приблизённый расчет } T \approx 2,9 \cdot 10^{135} \cdot 10^{-13} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) = 9,2 \cdot 10^{114} \text{ лет})$$

$$\text{Что в } 9,2 \cdot 10^{114} / 13,8 \cdot 10^9 = 6,7 \cdot 10^{104} \text{ раз больше, чем возраст Вселенной.}$$

3. При увеличении длины белковой молекулы в два раза, время, необходимое на перебор всех возможных вариантов структуры, T_2 , увеличится в $B^A = 2,9 \cdot 10^{135}$ раз:

$$T_2 = T_1 \cdot B^A = B^{2A} \cdot t$$

Вариант 4

В 2024 году Нобелевской Премией по химии были отмечены исследования, посвященные предсказанию итоговой формы при сворачивании белковой цепочки.

Одной из теоретических проблем, возникающих при рассмотрении процесса сворачивания белка, является Парадокс Левинталя. Он состоит в том, время, необходимое, чтобы белковая цепочка нашла свою оптимальную структуру путем полного перебора всех возможных вариантов, значительно больше наблюдаемого времени сворачивания белка (миллисекунды или секунды).

1. Белковую молекулу можно представить как цепочку из аминокислотных остатков. Рассчитайте, сколько вариантов структуры существует для белковой молекулы длиной 100, если каждый из ее аминокислотных остатков может независимо принимать 10 пространственных вариантов структуры? (4 балла)
2. Считая, что белок может менять свою пространственную структуру каждые 10^{-13} секунд, рассчитайте, сколько времени займет полный перебор всех возможных конформаций для белка из пункта 1, если цепочка последовательно переберет все возможные варианты своей пространственной структуры? Сравните полученную величину с временем существования Вселенной (13,8 миллиарда лет). (3 балла)
3. Как изменится время перебора всех возможных конформаций белка, при увеличении его длины вдвое? (1 балл)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 4

1. Поскольку вариант структуры каждого из аминокислотных остатков в белковой молекуле длиной $A = 100$ можно выбрать одним из 10 способов ($B = 10$), то общее число вариантов структуры белка P равно числу 10, умноженному самому на себя 100 раз:

$$P = B \cdot B \cdot B \cdot \dots \cdot B \cdot B = B^A$$

$$\text{То есть, } P = 10^{100}.$$

2. Суммарное время, T , необходимое для перебора всех возможных вариантов структуры, составляет

$$T = B^A \cdot t$$

$$T = 10^{100} \cdot 10^{-13} \text{ (с)} = 10^{87} / (60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365) \approx 3,2 \cdot 10^{79} \text{ лет}$$

Что в $3,2 \cdot 10^{79} / 13,8 \cdot 10^9 = 2,3 \cdot 10^{69}$ раз больше, чем возраст Вселенной.

3. При увеличении длины белковой молекулы в два раза, время, необходимое на перебор всех возможных вариантов структуры, T_2 , увеличится в $B^A = 10^{100}$ раз:

$$T_2 = T_1 \cdot B^A = B^{2A} \cdot t$$

Задача по математике. Фотопамять (11 баллов)

Вариант 1

Американские ученые применили лежащие в основе получения черно-белой фотографии процессы для записи и долговечного архивного хранения цифровой информации. Они использовали тот факт, что при освещении фотопластинки, представляющей собой зеркало, покрытое эмульсией серебра, в ее объеме образуется система "полосок", расстояние между которыми строго задается длиной волны (цветом) источника света (рис. 1). После проявления такой "фотографии" расстояние между полосками позволяет точно определить цвет, который был использован при записи. Чтобы добиться большей плотности записи информации, всю поверхность фотопластинки разбивают на маленькие ячейки, в каждую из которых можно «светить» одновременно несколькими источниками света разных цветов.

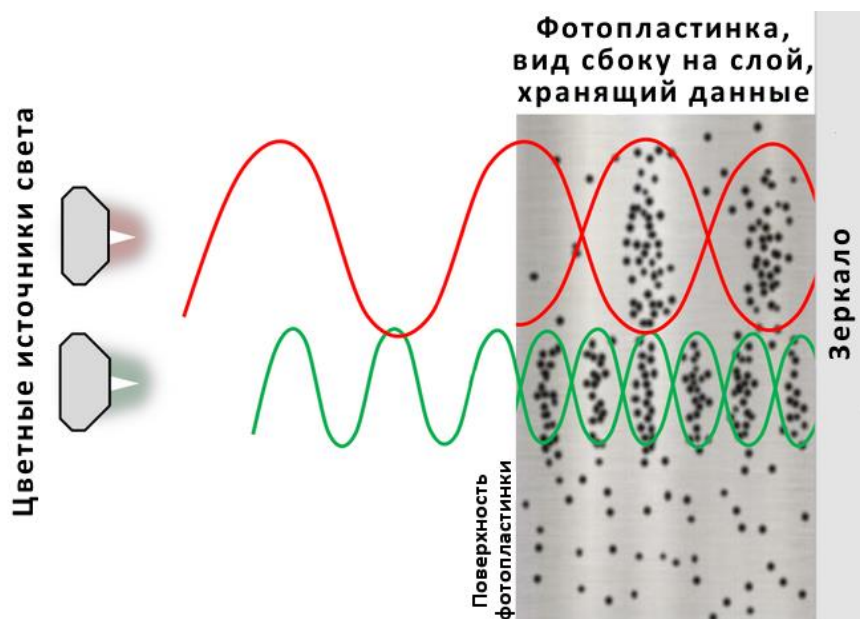


Рис. 1. Запись информации в отдельную ячейку памяти при помощи источников света (пример для двух цветов), вид сбоку. При записи и считывании имеет значение только факт наличия или отсутствия каждого из цветов в ячейке, но не их взаимное расположение или порядок записи в ячейке.

1. Сколько возможных состояний (вариантов цветовых комбинаций) существует для такой ячейки памяти, если для записи в любой ячейке можно использовать от 0 до 4 произвольных цветов из 32-цветной палитры? (6 баллов)

Подсказка: последовательно рассмотрите число состояний ячейки при использовании 0, 1, 2, 3 или 4 разных цветов из этой палитры.

2. Сколько бит информации можно закодировать в одной ячейке при таком способе записи? (3 балла)
3. Сколько всего ячеек можно разместить на фотопластинке размером 10х15 см, если размер одной ячейки 10х10 мкм? (1 балл)
4. Какой суммарный объем информации (в мегабайтах) можно записать на фотопластинке таким способом? (1 балл)

Считать, что 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ.

Всего – 11 баллов

Решение варианта 1

1. Для каждой ячейки существует столько комбинаций цветов, сколько всего существует вариантов записать слово длиной 0, 1, 2, 3 или 4 буквы, пользуясь алфавитом из 32 букв так, чтобы ни одна буква в этом слове не повторялась:

$$M_1 = 1 + C_{32}^1 + C_{32}^2 + C_{32}^3 + C_{32}^4$$

$$M_1 = 1 + \frac{32!}{31!1!} + \frac{32!}{30!2!} + \frac{32!}{29!3!} + \frac{32!}{28!4!}$$

$$M_1 = 1 + 32 + \frac{31 \cdot 32}{2} + \frac{30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3} + \frac{29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ = 1 + 32 + 496 + 4960 + 35960 = 41449$$

2. При рассматриваемом в задаче способе кодирования информации, количество информации, которое приходится на одну ячейку (информационный вес ячейки), равен логарифму (по основанию 2) количества возможных состояний:

$$I_1 = \log_2(M_1) = \log_2(41449) = 15,34.$$

3. Площадь фотопластинки составляет

$$S_{\text{фп}} = 10 \cdot 15 = 150 \text{ см}^2,$$

площадь одной ячейки равна

$$S_1 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ мкм}^2.$$

Тогда общее число ячеек равно

$$N = S_{\text{фп}}/S_1 = 150 \text{ см}^2/100 \text{ мкм}^2 = 1,50 \cdot 10^8.$$

4. Объем информации, который можно записать на фотопластинку целиком, определяется общим числом возможных состояний на всей фотопластинке одновременно и составляет

$$I_{\text{общ}} = \log_2(M_{\text{общ}}) = \log_2(M_1^N) = I_1 \cdot N$$

$$I_{\text{общ}} = 15,34 \cdot 1,50 \cdot 10^8 = 2,30 \cdot 10^9 \text{ (бит)}.$$

Далее, пользуясь соотношениями 1 Б = 8 бит, 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ, переводим полученную величину в мегабайты, $I_{\text{общ}} = 274,3 \text{ (МБ)}$.

Вариант 2

Американские ученые применили лежащие в основе получения черно-белой фотографии процессы для записи и долговечного архивного хранения цифровой информации. Они использовали тот факт, что при освещении фотопластинки, представляющей собой зеркало, покрытое эмульсией серебра, в ее объеме образуется система "полосок", расстояние между которыми строго задается длиной волны (цветом) источника света (рис. 1). После проявления такой "фотографии" расстояние между полосками позволяет точно определить цвет, который был использован при записи. Чтобы добиться большей плотности записи информации, всю поверхность фотопластинки разбивают на маленькие ячейки, в каждую из которых можно «светить» одновременно несколькими источниками света разных цветов.

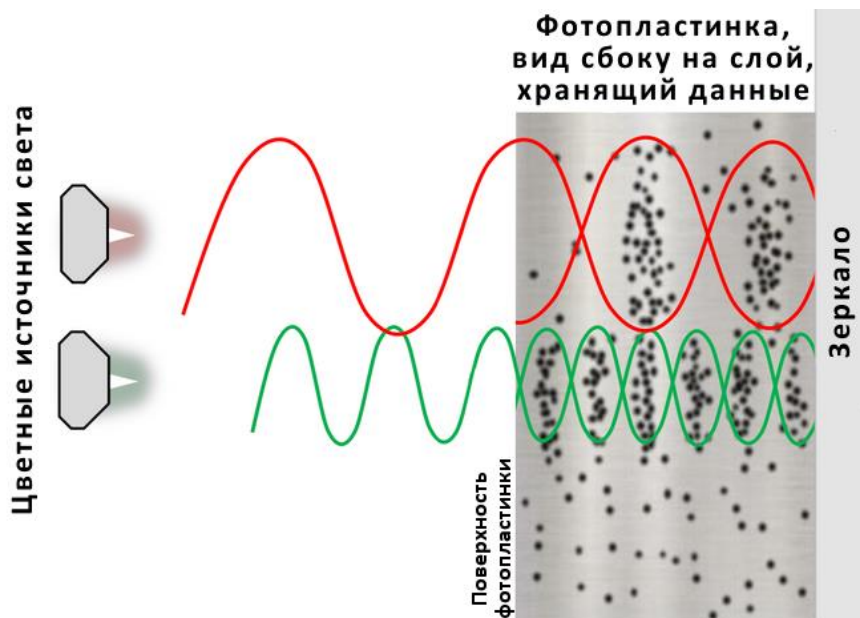


Рис. 1. Запись информации в отдельную ячейку памяти при помощи источников света (пример для двух цветов), вид сбоку. При записи и считывании имеет значение только факт наличия или отсутствия каждого из цветов в ячейке, но не их взаимное расположение или порядок записи в ячейке.

1. Сколько возможных состояний (вариантов цветовых комбинаций) существует для такой ячейки памяти, если для записи в любой ячейке можно использовать от 0 до 4 произвольных цветов из 32-цветной палитры? (6 баллов)

Подсказка: последовательно рассмотрите число состояний ячейки при использовании 0, 1, 2, 3 или 4 разных цветов из этой палитры.

2. Сколько бит информации можно закодировать в одной ячейке при таком способе записи? (3 балла)
3. Сколько всего ячеек можно разместить на фотопластинке размером 10х15 см, если размер одной ячейки 20х20 мкм? (1 балл)
4. Какой суммарный объем информации (в мегабайтах) можно записать на фотопластинке таким способом? (1 балл)

Считать, что 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ.

Всего – 11 баллов

Решение варианта 2

1. Для каждой ячейки существует столько комбинаций цветов, сколько всего существует вариантов записать слово длиной 0, 1, 2, 3 или 4 буквы, пользуясь алфавитом из 32 букв так, чтобы ни одна буква в этом слове не повторялась:

$$M_1 = 1 + C_{32}^1 + C_{32}^2 + C_{32}^3 + C_{32}^4$$

$$M_1 = 1 + \frac{32!}{31!1!} + \frac{32!}{30!2!} + \frac{32!}{29!3!} + \frac{32!}{28!4!}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 1 + 32 + \frac{31 \cdot 32}{2} + \frac{30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3} + \frac{29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= 1 + 32 + 496 + 4960 + 35960 = 41449 \end{aligned}$$

2. При рассматриваемом в задаче способе кодирования информации, количество информации, которое приходится на одну ячейку (информационный вес ячейки), равен логарифму (по основанию 2) количества возможных состояний:

$$I_1 = \log_2(M_1) = \log_2(41449) = 15,34.$$

3. Площадь фотопластинки составляет

$$S_{\text{фп}} = 10 \cdot 15 = 150 \text{ см}^2,$$

площадь одной ячейки равна

$$S_1 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ мкм}^2.$$

Тогда общее число ячеек равно

$$N = S_{\text{фп}}/S_1 = 150 \text{ см}^2/400 \text{ мкм}^2 = 3,75 \cdot 10^7.$$

4. Объем информации, который можно записать на фотопластинку целиком, определяется общим числом возможных состояний на всей фотопластинке одновременно и составляет

$$I_{\text{общ}} = \log_2(M_{\text{общ}}) = \log_2(M_1^N) = I_1 \cdot N$$

$$I_{\text{общ}} = 15,34 \cdot 3,75 \cdot 10^7 = 5,75 \cdot 10^8 \text{ (бит)}.$$

Далее, пользуясь соотношениями 1 Б = 8 бит, 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ, переводим полученную величину в мегабайты, $I_{\text{общ}} = 68,6 \text{ (МБ)}$.

Вариант 3

Американские ученые применили лежащие в основе получения черно-белой фотографии процессы для записи и долговечного архивного хранения цифровой информации. Они использовали тот факт, что при освещении фотопластинки, представляющей собой зеркало, покрытое эмульсией серебра, в ее объеме образуется система "полосок", расстояние между которыми строго задается длиной волны (цветом) источника света (рис. 1). После проявления такой "фотографии" расстояние между полосками позволяет точно определить цвет, который был использован при записи. Чтобы добиться большей плотности записи информации, всю поверхность фотопластинки разбивают на маленькие ячейки, в каждую из которых можно «светить» одновременно несколькими источниками света разных цветов.

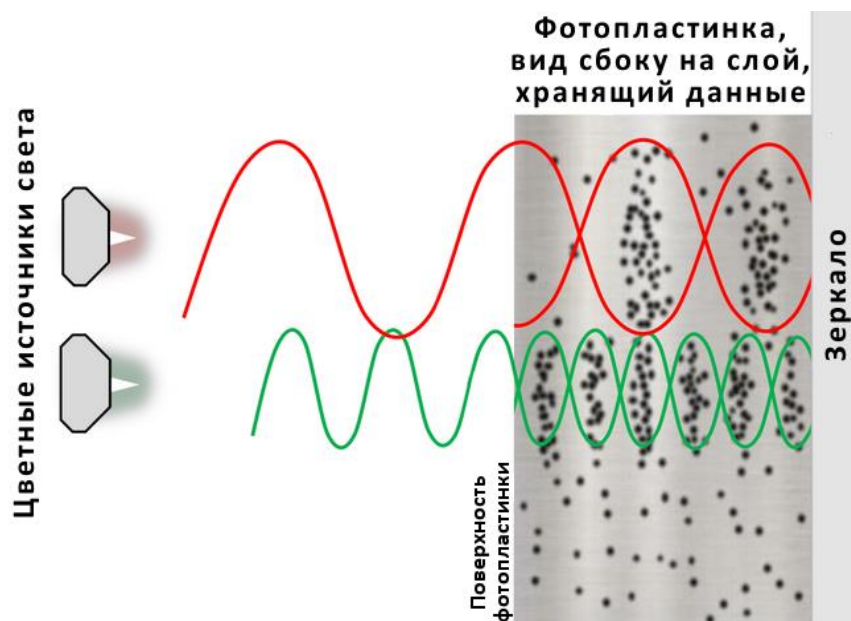


Рис. 1. Запись информации в отдельную ячейку памяти при помощи источников света (пример для двух цветов), вид сбоку. При записи и считывании имеет значение только факт наличия или отсутствия каждого из цветов в ячейке, но не их взаимное расположение или порядок записи в ячейке.

1. Сколько возможных состояний (вариантов цветовых комбинаций) существует для такой ячейки памяти, если для записи в любой ячейке можно использовать от 0 до 4 произвольных цветов из 32-цветной палитры? (6 баллов)

Подсказка: последовательно рассмотрите число состояний ячейки при использовании 0, 1, 2, 3 или 4 разных цветов из этой палитры.

2. Сколько бит информации можно закодировать в одной ячейке при таком способе записи? (3 балла)
3. Сколько всего ячеек можно разместить на фотопластинке размером 9х12 см, если размер одной ячейки 10х10 мкм? (1 балл)
4. Какой суммарный объем информации (в мегабайтах) можно записать на фотопластинке таким способом? (1 балл)

Считать, что 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ.

Всего – 11 баллов

Решение варианта 3

1. Для каждой ячейки существует столько комбинаций цветов, сколько всего существует вариантов записать слово длиной 0, 1, 2, 3 или 4 буквы, пользуясь алфавитом из 32 букв так, чтобы ни одна буква в этом слове не повторялась:

$$M_1 = 1 + C_{32}^1 + C_{32}^2 + C_{32}^3 + C_{32}^4$$

$$M_1 = 1 + \frac{32!}{31!1!} + \frac{32!}{30!2!} + \frac{32!}{29!3!} + \frac{32!}{28!4!}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 1 + 32 + \frac{31 \cdot 32}{2} + \frac{30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3} + \frac{29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= 1 + 32 + 496 + 4960 + 35960 = 41449 \end{aligned}$$

2. При рассматриваемом в задаче способе кодирования информации, количество информации, которое приходится на одну ячейку (информационный вес ячейки), равен логарифму (по основанию 2) количества возможных состояний:

$$I_1 = \log_2(M_1) = \log_2(41449) = 15,34.$$

3. Площадь фотопластинки составляет

$$S_{\text{фп}} = 9 \cdot 12 = 108 \text{ см}^2,$$

площадь одной ячейки равна

$$S_1 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ мкм}^2.$$

Тогда общее число ячеек равно

$$N = S_{\text{фп}}/S_1 = 108 \text{ см}^2/100 \text{ мкм}^2 = 1,08 \cdot 10^8.$$

4. Объем информации, который можно записать на фотопластинку целиком, определяется общим числом возможных состояний на всей фотопластинке одновременно и составляет

$$I_{\text{общ}} = \log_2(M_{\text{общ}}) = \log_2(M_1^N) = I_1 \cdot N$$

$$I_{\text{общ}} = 15,34 \cdot 1,08 \cdot 10^8 = 1,66 \cdot 10^9 \text{ (бит)}.$$

Далее, пользуясь соотношениями 1 Б = 8 бит, 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ, переводим полученную величину в мегабайты, $I_{\text{общ}} = 197,5 \text{ (МБ)}$.

Вариант 4

Американские ученые применили лежащие в основе получения черно-белой фотографии процессы для записи и долговечного архивного хранения цифровой информации. Они использовали тот факт, что при освещении фотопластинки, представляющей собой зеркало, покрытое эмульсией серебра, в ее объеме образуется система "полосок", расстояние между которыми строго задается длиной волны (цветом) источника света (рис. 1). После проявления такой "фотографии" расстояние между полосками позволяет точно определить цвет, который был использован при записи. Чтобы добиться большей плотности записи информации, всю поверхность фотопластинки разбивают на маленькие ячейки, в каждую из которых можно «светить» одновременно несколькими источниками света разных цветов.

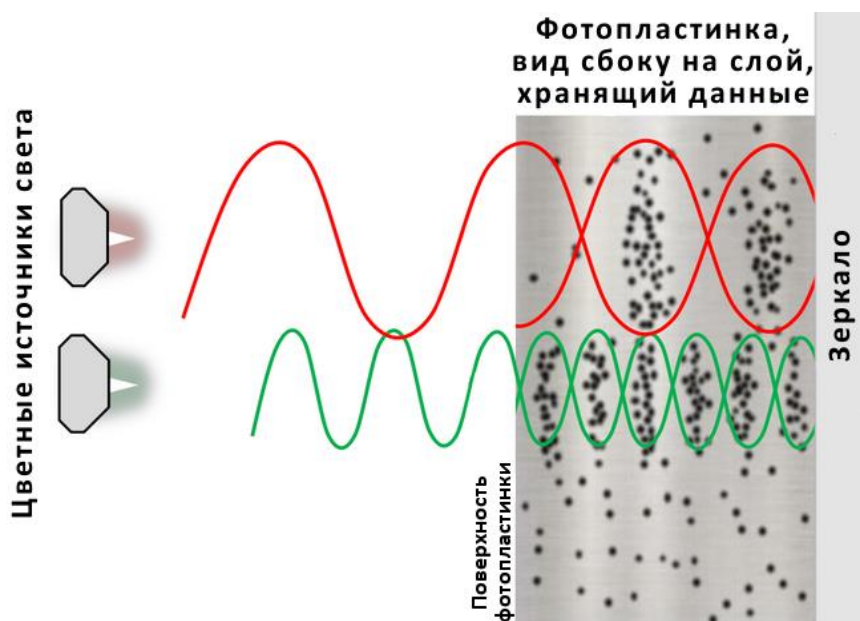


Рис. 1. Запись информации в отдельную ячейку памяти при помощи источников света (пример для двух цветов), вид сбоку. При записи и считывании имеет значение только факт наличия или отсутствия каждого из цветов в ячейке, но не их взаимное расположение или порядок записи в ячейке.

1. Сколько возможных состояний (вариантов цветовых комбинаций) существует для такой ячейки памяти, если для записи в любой ячейке можно использовать от 0 до 4 произвольных цветов из 32-цветной палитры? (6 баллов)

Подсказка: последовательно рассмотрите число состояний ячейки при использовании 0, 1, 2, 3 или 4 разных цветов из этой палитры.

2. Сколько бит информации можно закодировать в одной ячейке при таком способе записи? (3 балла)
3. Сколько всего ячеек можно разместить на фотопластинке размером 9x12 см, если размер одной ячейки 20x20 мкм? (1 балл)

4. Какой суммарный объем информации (в мегабайтах) можно записать на фотопластинке таким способом? (1 балл)

Считать, что 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ.

Всего – 11 баллов

Решение варианта 4

1. Для каждой ячейки существует столько комбинаций цветов, сколько всего существует вариантов записать слово длиной 0, 1, 2, 3 или 4 буквы, пользуясь алфавитом из 32 букв так, чтобы ни одна буква в этом слове не повторялась:

$$M_1 = 1 + C_{32}^1 + C_{32}^2 + C_{32}^3 + C_{32}^4$$

$$M_1 = 1 + \frac{32!}{31!1!} + \frac{32!}{30!2!} + \frac{32!}{29!3!} + \frac{32!}{28!4!}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 1 + 32 + \frac{31 \cdot 32}{2} + \frac{30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3} + \frac{29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32}{2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= 1 + 32 + 496 + 4960 + 35960 = 41449 \end{aligned}$$

2. При рассматриваемом в задаче способе кодирования информации, количество информации, которое приходится на одну ячейку (информационный вес ячейки), равен логарифму (по основанию 2) количества возможных состояний:

$$I_1 = \log_2(M_1) = \log_2(41449) = 15,34.$$

3. Площадь фотопластинки составляет

$$S_{\text{фп}} = 9 \cdot 12 = 108 \text{ см}^2,$$

площадь одной ячейки равна

$$S_1 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ мкм}^2.$$

Тогда общее число ячеек равно

$$N = S_{\text{фп}}/S_1 = 108 \text{ см}^2/400 \text{ мкм}^2 = 2,70 \cdot 10^7.$$

4. Объем информации, который можно записать на фотопластинку целиком, определяется общим числом возможных состояний на всей фотопластинке одновременно и составляет

$$I_{\text{общ}} = \log_2(M_{\text{общ}}) = \log_2(M_1^N) = I_1 \cdot N$$

$$I_{\text{общ}} = 15,34 \cdot 2,70 \cdot 10^7 = 4,14 \cdot 10^8 \text{ (бит)}.$$

Далее, пользуясь соотношениями 1 Б = 8 бит, 1 КБ = 1024 Б, 1 МБ = 1024 КБ, переводим полученную величину в мегабайты, $I_{\text{общ}} = 49,4 \text{ (МБ)}$.