

## XXII ВУЗОВСКО-АКАДЕМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, 2023

5 класс

**5.1.** Евгений укладывает плитку на полу своей гостиной размером 12 на 16 метров. Он планирует разместить квадратные плитки размером  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$  вдоль границы комнаты, а остальную часть пола выложить квадратными плитками размером  $2\text{ м} \times 2\text{ м}$ . Сколько всего плиток ему понадобится?

**5.2.** Ивановы Иван и Ирина, Мишины Михаил и Мария, Петровы Пётр и Полина хотят переправиться через реку. Есть двухместная лодка. Грести могут Иван, Михаил и Полина. Мужчина не может оставаться на берегу или в лодке наедине с чужой женой. Если семья целиком оказывается на другом берегу, они сразу уходят. Как им всем переправиться на другой берег?

**5.3.** В десяти коробках лежат мячики: 1, 3, 5,  $\dots$ , 19 мячиков. Два друга Пётр и Василий по очереди берут по одному мячику из какой-то коробки. Первым берёт мячик Пётр. Проигрывает тот, после чьего хода в каких-то двух коробках станет одинаковое количество мячиков (быть может, нулевое). Кто из них может выиграть вне зависимости от ходов соперника?

**5.4.** Даниил с Пашей ехали на машине по прямой дороге с постоянной скоростью. Пока Даниил управлял машиной, Паше было нечем заняться, и он рассматривал километровые столбы. Паша заметил, что ровно в полдень они проехали мимо столба с числом  $XU$  (где  $X, U$  — некоторые цифры), в  $12 : 42$  — мимо столба с числом  $UX$ , а в час дня — мимо столба с числом  $X0U$ . С какой скоростью они ехали?

**5.5.** На окружности отмечены какие-то 11 красных точек, а внутри окружности — какие-то 11 жёлтых точек. Докажите, что если никакая жёлтая точка не лежит на отрезке, соединяющем две красные, то можно выбрать 5 красных точек так, чтобы они образовывали пятиугольник, внутри которого не более 4 жёлтых точек.