

XXII ВУЗОВСКО-АКАДЕМИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, 2023

6 класс

6.1. Можно ли из четырёх пятиклеточных крестов и четырёх четырёхклеточных уголков сложить фигуру, периметр которой меньше 25 клеток? Фигуры нельзя накладывать друг на друга.

6.2. Математики Андрей, Борис и Виктор решали задачи олимпиады. Сначала несколько задач решил Андрей, потом треть от оставшихся задач решил Борис. После этого осталась нерешённой треть задач, которую дорешал Виктор. Какую часть всех задач решил Андрей?

6.3. В скачках участвовали три лошади. В букмекерской конторе принимают ставки из расчёта: на победу первой лошади $4 : 1$ (т. е., если первая лошадь побеждает, то игроку возвращают поставленные на нее деньги и еще в четыре раза больше; в противном случае игрок теряет все поставленные деньги), на победу второй — $3 : 1$, на победу третьей — $1 : 1$. Каждая ставка выражается положительным целым числом золотых. У Буратино есть ровно 20 монет. Может ли он сделать такие ставки, чтобы при любом исходе скачек уйти хотя бы с 21 монетой?

6.4. Из пункта А в пункт Б выехали Иван на тракторе и Пётр на «Мерседесе». Пётр доехал до пункта Б, подождал 10 минут и, позвонив Ивану, узнал, что тот проехал только треть пути и сейчас проезжает мимо кафе. Пётр выехал к нему. Не заметив Ивана, он доехал до кафе и, потратив полчаса на перекус, поехал в пункт Б. В итоге Пётр доехал до пункта Б одновременно с Иваном. Сколько времени потратил Иван на весь путь, если и он, и Пётр ехали с постоянными скоростями?

6.5. 2023 игрока в Майнкрафт собрались и поделились на два сервера. Раз в минуту кто-то из них огорчался тому, что на его сервере игроков больше, чем на другом, и переходил играть туда. За 2023 минуты каждый игрок сменил сервер только один раз. Сколько людей могло изначально собраться на первом сервере? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

6.6 На доске записаны все натуральные числа от 1 до 50 включительно. Вася выбирает пару чисел на доске, наибольший общий делитель которых больше единицы, и стирает одно из них. Какое наименьшее количество чисел может оставить Вася такими действиями?